

É R T E K E Z É S E K  
A M A T H E M A T I K A I T U D O M Á N Y O K K Ö R É B Ő L.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

A III. OSZTÁLY RENDELETÉBŐL

SZERKESZTI

SZABÓ JÓZSEF

OSZTÁLYTITKÁR.

IX. KÖTET. XII. SZÁM. 1882.

AZ

ELHAJLOTT FÉNY INTENZITÁSÁNAK

VIZSGÁLATA:

A M A T H E M A T I K A I É S T E R M É S Z E T T U D O M Á N Y I Á L L A N D Ó B I Z O T T S Á G  
S E G É L Y E Z É S É V E L K É S Z Ű L T D O L G O Z A T.

Dr. FRÖHLICH IZOR

L. TAGTÓL.

(Felolvasta a III. osztály 1882. január 16-ikán tartott ülésén.)

12 ábrával a szöveg között.

— Ára 40 kr. —

BUDAPEST, 1882.

A M. TUD. AKADÉMIA KÖNYVKIADÓ-HIVATALA.

(Az Akadémia épületében.)



# Eddig külön megjelent

# É R T E K E Z É S E K

## a matematikai tudományok köréből.

### Első kötet.

- I. Szily Kálmán. A mechanikai ho-elmélet egyenleteinek általános alakjáról. Székfoglaló. . . . . 10 kr.
- II. Hunyady Jenő. A pólus és a polárok. A viszonyos polárok elve . . . . . 20 kr.
- III. Vész János A. Biztosítási kölcsön (új életbiztosítási nem) . . . . . 20 kr.
- IV. Kruspér István. A Schwerdt-féle Comparator módosított alkalmazása . . . . . 10 kr.
- V. Vész János A. Legrövidebb távolok a körkúpon. Székfoglaló. . . . . 10 kr.
- VI. Tóth Ágoston. Az európai nemzetközi fokmérés és a körébe tartozó goedaetai munkálatok . . . . . 20 kr.
- VII. Kruspér István. A párisi meter-prototyp . . . . . 10 kr.
- VIII. König Gyula. Az elliptikai függvények alkalmazásáról a magasabb fokú egyenletek elméletére . . . . . 20 kr.
- IX. Murmann Ágost. Európa bolygó elemei, annak tíz első észlelt szembenállása szerint . . . . . 20 kr.
- X. Szily Kálmán. A Hamilton-féle elv és a mechanikai hő elmélet második fő tétele . . . . . 10 kr.
- XI. Tóth Ágoston. A földképkészítés jelen állása, a mint az képviselv volt az antwerpeni kiállításon. Két táblával . . . . . 20 kr.

### Második kötet.

- I. Murmann Ágost. Freia bolygó feletti értekezés . . . . . 30 kr.
- II. Kruspér István. A comparatorokról . . . . . 10 kr.
- III. Kruspér István. A vonásos hosszsmértékek összehasonlítása folyadékban . . . . . 10 kr.
- IV. Feszt V. A közlekedési művek és vonalak . . . . . 20 kr.
- V. Murman A. Az 1861. nagy üstökös pályájának meghatározása . . . . . 20 kr.
- VI. Kruspér J. A párisi levéltári meter-rúd . . . . . 10 kr.

### Harmadik kötet.

- I. Vész János Ármin. Adalék a visszafutó sorok elméletéhez. . . . . 10 kr.
- II. Konkoly Miklós. Az ógyallai csillagda leírása s abban történt napfoltok észlelése néhány spectroscopicus észlelés töredékeivel. 1872. és 1873. Három táblával. . . . . 40 kr.
- III. Kondor Gusztáv. Emlékbeszéd Herschel János k. tag fölött . . . . . 10 kr.
- IV. B. Eötvös Loránd. A rezgések intenzitása, tekintettel a rezgés forrásnak és az észlelőnek mozgására . . . . . 10 kr.
- V. Réthy Mór. A Diffraction elméletéhez . . . . . 12 kr.
- VI. Martin Lajos. Az erőműtani csavarfelületek. — A vízszintes szélkerék elmélete. Két értekezés . . . . . 1 frt
- VII. Réthy Mór. A kerületre redukálható felület-egészletek elméletéhez . . . . . 15 kr.
- VIII. Galgóczy Károly. Emlékbeszéd Vállas Antal k. tag felett. . . . . 10 kr.



# ÉRTEKEZÉSEK

A MATEMATIKAI TUDOMÁNYOK KÖRÉBŐL

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

A III. OSZTÁLY RENDELETÉBŐL.

SZERKESZTI

**SZABÓ JÓZSEF**

OSZTÁLYTITKÁR.

---

## Az elhajlott fény intenzitásának vizsgálata.

A matematikai és természettudományi állandó bizottság segítségével készült dolgozat.

**Dr. Fröhlich Izor**

*1. tagtól.*

(Felolvasta a III. osztály 1882. január 16-ikán tartott ülésén).

*(12 ábrával a szöveg között).*

---

### Bevezetés és áttekintés.

Valahányszor a természettudományban új, még nem ismert tűnemények merültek fel és kutatás tárgyává lettek, majdnem kizárólag tapasztaljuk, hogy a jelenség kvalitatív vizsgálata megelőzte annak kvantitatív mérését. A megfordított sorrend tulajdonképpen lehetetlen, mert a kvantitatív ismeretben a kvalitatív tapasztalat is benne foglaltatik; legfőlebb csak az lehetséges, a mi a jelen században talált néhány új tűneménynél történt, hogy a kvantitatív vizsgálat azonnal lett alkalmazva.

A jelenkor természettudománya egyik legfontosabb feladatának tekinti, a jelenségek minden hozzáférhető tulajdonait kvantitatív vizsgálatnak alávetni, s kiterjeszti e tántoríthatatlan törekvését ép úgy a már régóta ismert, de még nem eléggé vizsgált tűneményekre, valamint azokra, melyek a jelenkor folyamában fedeztetnek fel.

A diffrakció jelenségei is az oly tűneményekhez tartoznak, melyeknek eddigi kísérleti vizsgálata elégtelen.

E jelenségek lényege abban áll, hogy elhajlító nyílások mögött lévő térben a fény eloszlása bizonyos szabályok szerint tör-

ténik, és meghatározott helyeken a fényintenzitás legnagyobb és legkisebb értékeket az ú. n. fénymaximumokat és minimumokat mutat fel.

Mindazon vizsgáló, ki kísérletileg foglalkozott e jelenségekkel, e maximumok és minimumok helyét részint szög mérés, részint mikrométerrel való hossz mérés segélyével állapította meg, s ez által igazolta, hogy e helyek a fény hullámméleletéből folyó következtetésekkel pontosan megegyeznek.

Joggal nevezhetjük mindezen méréseket *az elhajlott fény intenzitására vonatkozó qualitativ méréseknek*; kimutatták ugyan, hogy a tér megfelelő helyein a nevezett maximumok vagy minimumok fellépnek; de semmi felvilágosítást nem adnak arra nézve, mily *nagy e maximumok és minimumok intenzitása*.

A fényelhajlás jelenségeinek e tökéletlen ismerete, melynek oka első sorban az intenzitás-mérések általános nehézségeiben keresendő, néhány évvel ezelőtt e tünetmények intenzitás-viszonyainak vizsgálatára indított. Az akkoriban végrehajtott mérések, melyek szélesközű sodronyrácsok, valamint a tetszőleges alakú térbeli nyílások által előidézett s csak csekély elhajló szöggel bíró fényjelenségekre vonatkoznak, azon tapasztalati eredményhez vezettek, hogy az elhajlott fény észlelt főmaximumainak intenzitása az elméleti értékekkel megegyezik, és hogy az összes beeső fény mennyisége az elhajlás jelenségeiben lép fel. Ebbeli vizsgálataim,\*) úgy látszik, mostanáig az egyedüliek maradtak. Kíváncsnak látszott azonban, a *nagy* elhajló szögekkel bíró jelenségeket is ugyanily szempontból kutatni, különösen annak eldöntésére, vajjon mennyire egyeznek ezek amaz elméleti feltevésekkel, melyek e tünetmények magyarázatának alapul szolgálnak.

Jelen értekezés tartalmazza az ily, nagy elhajló szögekkel bíró diffrakció-jelenségek intenzitásának vizsgálatát a beesés síkjához párhuzamosan és merőlegesen polározott homogén natrium-fényre nézve, még pedig mind azok kísérleti kutatását, mind a nyert új tapasztalati adatok elméleti jelentőségének megállapítását.

\*) Lásd: Műegyetemi Lapok III, 1878; Wiedemann's Annalen, III és V, 1878; Journal de Physique, VII, 1878. Philosophical Magazine, VII, 1879.



A megfigyelés tárgyát közelebbről csak az u. n. *főmaximumok intenzitása* képezte, mivel ily, csak igen szűkközű rácsok által létesíthető jelenségeknél az egyébbrendű maximumok, rendkívül csekély intenzitásuk miatt, nem észlelhetők.

Alakilag e dolgozat két szakaszra oszlik.

Az első, kísérleti rész, lényegében magában foglalja a követett észlelési és mérési módszert, a mérési adatok redukcióját és a végleges észlelési adatok egybeállítását. A közölt adatokból azonnal kitűnik, hogy az intenzitás számára talált kísérleti értékek az eddigi közönséges diffrakció-elmélet következtetéseitől legnagyobb mértékben elütők. E tényből következtetjük, hogy ezen elmélet egyik feltevése, nevezetesen a fény zavartalan mozgása a rács nyílásai vagy síma visszaverő szalagjai mentében, oly rácsoknál, melyek az észlelt jelenségek előállítására szolgáltak, nem felel meg a valóságnak.

A második, elméleti rész főczélja, a kísérleti részben nyert tapasztalati adatok alapján, *visszakövetkeztetni* ama fénymozgásokra, melyek ily szűkközű rácsok felületén végbemehetnek és e mellett ezen tapasztalásnak megfelelő intenzitást hoznak létre. Erre nézve először is a diffrakciónak, a rugalmasság elméletéből folyó közönséges kifejezése állapíttatik meg; ezután az optikai rácsok új, de egészen általános elmélete következik, melyben *Fourier* sora segélyével a célúl tűzött kérdés teljesen és általánosan lesz megoldva, a mennyire ez a rács felületén fellépő, előttünk teljesen ismeretlen feltételek bevezetése nélkül lehetséges. A megfejtés kimutatja, hogy számtalan oly egyszerű (egyszínű) fénymozgás lehetséges, melyből az észlelési adatok következnek; hogy ezen lehetséges mozgások a tapasztalati értékekből nagy könnyűséggel képezhetők; elvégre, hogy annak eldöntése, melyike ezen lehetséges mozgásoknak a ténylegesen fellépő, tapasztalati tudásunk jelen állása mellett lehetetlen.





## I. KISÉRLETI RÉSZ.

### 1. Az észlelési módszer.

Az optikai rácsok fényjelenségeinek lehetőleg zavartalan előállítására legelőnyösebbek az u. n. sodronyrácsok, melyek részben a fényt teljesen átbocsátó, részben a fényt teljesen elnyelő közből állanak. Ily rácsok azonban csak bizonyos határig terjedő sűrűséggel készíthetők és ennél fogva nagyobb elhajló szögekkel bíró tünemények előállítására alkalmatlanok. Átlátó üveglapra metszett rácsoknál pedig a hátsó sima lapon visszaverődések történnek, melyek zavarnak.

Ez oknál fogva Chapman, new-yorki mechanikus által külön két rácsot készíttettem, melyek egyike tükörfémre, másika fekete üveglapra van metszve; ezek tehát csak a visszavert fényben adták a diffrakciójelenséget. Az üvegrácsnak körülbelül 20 mm. magas és 22 mm. széles része van osztályozva; ezt körbeveszi egy 10 mm. széles sima szél. A fémrács közepén egy 43 mm. oldalú négyzetfelület van osztályozva, körülötte egy 20 mm. széles sima rész. Mindkét rács ugyanazon közű; két vonal egymástól való távolsága  $0.0014707$  mm.-nek találtatott.

Az intenzitás mérésére követendő módszer megállapításánál következő megfontolások vezettek:

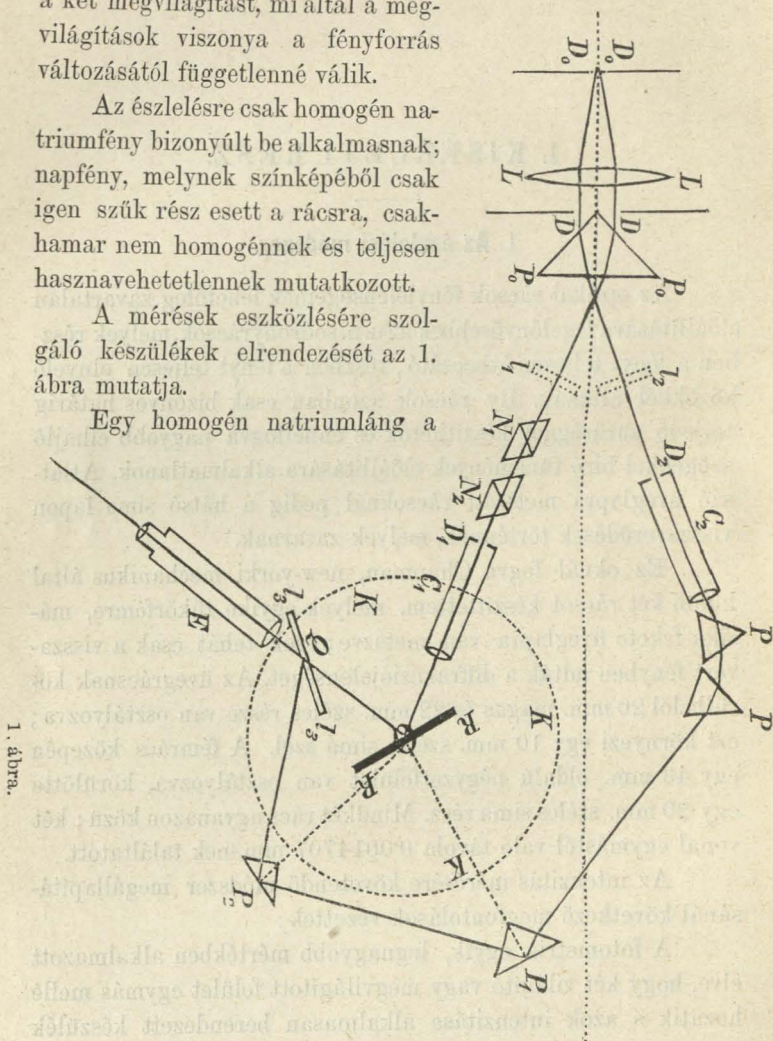
A fotometria egyik, legnagyobb mértékben alkalmazott elve, hogy két világító vagy megvilágított felület egymás mellé hozatik s azok intenzitása alkalmasan berendezett készülék segítségével összehasonlíttatik, egyenlővé tételük. Midőn a két felület két különböző fényforrásból nyeri megvilágítását, a módszer azon tökéletlenségnek van alávetve, hogy a fényforrásoknak mérés közben beállott intenzitásváltozásai zavaró és meg nem határozható befolyást gyakorolnak. Kikerüljük ezt

oly berendezés által, melynél egy és ugyanazon fényforrás világítja meg az összehasonlítandó felületeket; ekkor ugyanis a forrás intenzitásváltozásai egyenlő mértékben változtatják meg a két megvilágítást, mi által a megvilágítások viszonya a fényforrás változásától függetlenné válik.

Az észlelésre csak homogén natriumfény bizonyult be alkalmasnak; napfény, melynek színeképéből csak igen szűk rész esett a rácsra, csakhamar nem homogénnek és teljesen hasznavehetetlennek mutatkozott.

A mérések eszközzésére szolgáló készülékek elrendezését az 1. ábra mutatja.

Egy homogén natriumláng a



1. ábra.

közvetlenül előtte és az  $LL$  lencse gyupontjában álló kis  $D_0D_0$  diafragmán át bocsátotta fényét, mely párhuzamos nyalábban  $DD$  derékszögű diafragmán át  $P_0P_0$  derékszögű hasábra esett.



E hasáb szymmetria tengelye az  $LL$ -lencse tengelyében fekszik; a beálló törés következtében a hasáb a reá eső párhuzamos nyalábot két különböző irányú részre osztotta, melyek egyike  $D_1$  felé, másika  $D_2$  felé haladt. Egyszerűség kedvéért mindenik nyalábból csak egy-egy sugár van rajzolva.

Az első nyaláb az  $N_1$  és  $N_2$  forgatható és pozíciókörrel ellátott Nikol-féle polározó hasábokon áthaladva,  $D_1$  kis derékszögű négyszög alakú diafragmán keresztül a  $C_1$  első kollimátorcsőbe jutott, annak lencséjéből kilépve, a rácsra esett. A rácson történt visszaverődés és elhajlás után a fény az  $E$  észlelő csőhöz forgathatólag erősített tárgylencséje előtt lévő, párhuzamos lapú átlátszó  $l_3l_3$  üveglemezen áthatolt és az  $E$  észlelőcsőbe jutván, ott a  $D_1$  diafragma képét állította elő.

A második nyaláb  $D_2$  diafragmán át a  $C_2$  második kollimátorcsőbe jutott; onnan a minimális eltérés alatt beállított  $P$  és  $P$  hasábokon áthaladva, a  $P_1$  és szükség esetén még a  $P_2$  totálisan visszaverő hasáiban teljes visszaverődést szenvedett; ezek utolsójából az  $l_3l_3$  üveglemezre esván, az észlelőcsőbe verődött vissza és ott a  $D_2$  diafragma képét alkotta.

Ily módon el lett érve, hogy az *egy* fényforrásból megvilágított  $D_1$  és  $D_2$  nyílások képei egyidejűleg és egymás mellett keletkeztek az észlelő csőben.

Megjegyzendő még, hogy mindegyik kollimátorlencse kis köralakú diafragmával volt ellátva, úgy hogy az azokból kilépő sugárnyalábok igen hegyes kúpot képeztek és hogy így lehetséges volt, hogy mindegyik nyaláb, keresztmetszetének egész terjedelmében, behatolhatott az észlelő cső tárgylencséjébe.

Az észlelő csőben egymás mellett keletkezett két kép intenzitása addig lett változtatva, míg az az észlelőnek egyenlőnek látszott. Ezen szándékos változtatás részben az  $N_1$  nikol forgatása, részint pedig az által történt, hogy a nyalábok útjába, 1. ábra,  $l_1$  és  $l_2$  átlátszó, sárga üveglemezek helyeztetek, melyek fényabszorpcziója az intenzitások egyenlővé tételét nagyon könnyítette. Ezen sárga lemezek abszorpcziója külön kísérletek által lett meghatározva. (1. a 15. l.) Az  $N_2$  nikol észlelés közben állandóan megtartotta helyét; még pedig az észlelések egyik, (=) csoportjában (17. és 18. l.), e nikol polárosság síkja a beesés síkjá-



hoz (mely párhuzamos a  $KK$  kör-éhez) állandóan párhuzamos, másik ( $\perp$ ) csoportjában (17, 18 és 19 l.) állandóan merőleges fekvésű volt.

A  $C_1$  kollimátor és az észlelőcső egy szögmérőhöz tartoznak, mely  $KK$  horizontalis körrel bir s melynek tengelye körül e két cső forgatható.

A tulajdonképeni megfigyelés előtt egy nagyobb felületű, simára csiszolt fekete üveglap arra nézve lett megvizsgálva, vajjon az ettől egyenesen visszavert, síkban polározott fény összetevői megfelelnek-e a Fresnel-féle visszaverődési szabályoknak. A megegyezés, a polározás szöge és legközelebbi szomszédságának kivételével, igen kielégítő volt. Ezek alapján a nevezett üveglap segédlap gyanánt szolgálhatott, miután a reá eső fény a róla való visszaverődés által ismert mértékben lett gyengítve.

A tényleges mérés pedig következőkép történt: Egy meghatározott beeső szög, pl.  $i = 70^\circ$  mellett eszközlendő észlelésnél mindenekelőtt az észlelő cső a  $70^\circ$ -nyi egyenes visszaverődésnek megfelelő helyzetbe hozatott, a segédlap a  $KK$  kör közepére merőlegesen lett állítva és a róla visszavert fényből keletkezett  $D_1$  képe a  $D_2$  képe intenzitásával egyenlővé tétetett. Ezután a segédlemez elmozdított s helyébe a rács állítatott, de olymagasságban, hogy a reá eső nyaláb egész kiterjedésében csak sima szélét találta, ezután a róla visszavert fényben keletkezett  $D_1$  képe ugyanazon  $D_2$  kép intenzitásával egyenlővé tétetett. Ezen két észlelésből a segédlaptól visszavert és a rács sima szélétől visszavert fény intenzitás-viszonya, tehát, a segédlapról mondottak értelmében, a rács sima szélétől visszavert fény viszonya a beesőhöz következett. Most a  $KK$  kör közepén levő kis asztalka eltávolítása után a rács mélyebbre, de mindig merőlegesen állítatott, úgy hogy a reá eső nyaláb egész keresztmetszetében csak rácsozott felületre talált. Miután a rács síkja összeesik előbbi helyzetének síkjával, a keletkező középső főmaximum iránya is összeesik az előbbi egyenesen visszavert fény irányával, és e főmaximum által keletkezett  $D_1$  kép intenzitása ugyanily módon lesz összehasonlítva és meghatározva.

Arra nézve, hogy a középső főmaximumtól akár jobbra, akár balra eső, tetszőleges más főmaximum észleltessék, az észlelő



cső addig forgattatott, míg a főmaximum benne megjelent. De ekkor a  $D_2$  képe eltűnt belőle, csak a  $P_1$  és  $P_2$  totálisan visszaverő hasábok, valamint az  $l_3l_3$  üveglemez alkalmas forgatása által hozhatjuk azt ismét az észlelőcsőbe. Ezután történhetik az intenzitások összehasonlítása. Ámde e helyzet- és szögváltozások következtében a sugárnyaláboknak a  $P_1$ ,  $P_2$  hasábok és az  $l_3l_3$  lemez által okozott gyengülései lényegesen változtak, és ezen változást okvetetlenül kell számításba vennünk, ha az észlelőcsőben lévő két kép intenzitását egymáshoz viszonyítani akarjuk.

Arra nézve tehát, hogy a nyert észlelési adatokat redukálni lehessen, meg kell határozni a) az első sugárnyalábnak az  $l_3l_3$  lemez áthatolásánál bekövetkező gyengülését, valamint b) a második nyalábnak a  $P$ ,  $P$  hasábokban szenvedett törés,  $P_1$  és  $P_2$  hasábokban történt teljes visszaverődés, és végre az  $l_3l_3$  lemeztől való visszaverődésből eredő gyengülését.

Hozzáteesszük, miként már fennebb említettük, hogy az első nyaláb mindig egyenesben polározott, polárosságának síkja a beeső síkhoz párhuzamos vagy reá merőleges volt; ellenben a második nyaláb természetes fényből állott. Ez utóbbi berendezésre ama tapasztalat vezetett, hogy ha  $D_2$  előtt polározó nikol is helyeztetett, mégis a fény, midőn oly számos törés és visszaverődés után az észlelőcsőbe jutott, még közelítőleg sem mutatkozott síkban polározottnak.

## 2. Az észlelési adatok redukciója.

A polározott fény törése- és visszaverődésére nézve alapul szolgálhatnak a *Cauchy*-féle elméletből (az éter egyenlő tömörsége feltevéséből) folyó *Fresnel*-féle közelítő képletek, melyek tapasztalati pontossága e redukció céljaira nézve teljesen elegendő.

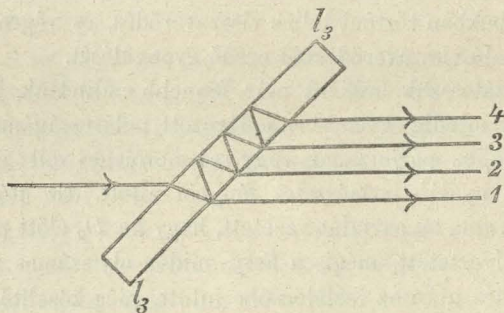
Jelezzé  $a_p$  és  $a_m$  a beeső síkhoz párhuzamosan és merőlegesen polározott beeső fény amplitúdóját  $a_{vp}$ ,  $a_{vm}$  és  $a_{ip}$ ,  $a_{im}$  ezek értékét a sima üveg felületen történt visszaverődés és törés után; a nevezett képletek szerint

$$\left. \begin{aligned} a_{vp} &= a_p \frac{\operatorname{tg} (i-r)}{\operatorname{tg} (i+r)}; & a_{vm} &= a_m \frac{\sin (i-r)}{\sin (i+r)} \\ a_{ip} &= a_p \frac{2 \sin r \cos i}{\cos (i-r) \sin (i+r)}; & a_{im} &= a_m \frac{2 \sin r \cos i}{\sin (i+r)} \end{aligned} \right\} \dots 1$$

## a) Az első sugárnyaláb gyengülése.

Legyen  $A_0^2$  az elhajlott fény amplitúdójának négyzete egy tetszőleges térbeli pontban, pl. az észlelő cső gyúpontjában, midőn a fény a cső tárgylencséjén akadálytalanul hatolhat be. De miután e lencse előtt  $l_3 l_3$  üveglemez van, a fény erre  $i_3$  szög alatt esik be és számtalan törést és visszaverődést szenvedve, számtalan, egymáshoz párhuzamos nyalábban jó a csőbe. E nyalábok, a lemezből kilépve, *nem* interferálhatnak, mert az  $l_3 l_3$  üveglemez egy mm.-nél vastagabb. De  $D_1$ -nek a csőben keletkező képének intenzitása arányos lesz e nyalábok egyes amplitúd-négyzeteinek összegével.

Miként a 2. ábrából észrevevesszük, e nyalábok törés és visszaverődés által keletkeznek; e mellett az üveglemez belse-



2. ábra.

jében történő fényabszorpczió, mint igen csekély, elhanyagolható. Jelezze  $t'$  és  $t''$  amaz együtthatókat, melyek a beeső amplitudhoz járulnak, ha levegőből üvegbe, és ha üvegből levegőbe történik a törés. Ezen két együttható nem egyenlő; meggyőződhetünk erről, ha az 1. képletcsoport alsó képleteiben  $i$ -t felcseréljük  $r$ -el és viszont. Ellenben a visszaverődésnek megfelelő együttható abszolút értéke ugyanaz, akár levegőben, akár üvegben történjék a visszaverődés; jelöljük ezen együtthatót  $v$ -vel. Az ábrában 1-el jelölt nyaláb egyszeri törést levegőből üvegbe és egyszeri törést üvegből levegőbe szenved; a 2-vel jelölt nyaláb ezenkívül két visszaverődést üvegben és így minden következő nyaláb két belső visszaverődéssel többet. E nyalábok amplitúdjai írhatók:

$A_0 t' t'', A_0 t' v v t'', A_0 t' v v v t'', \dots$ ; négyzeteik összege:



$$A_0^2 t'^2 t''^2 \left\{ 1 + \nu^4 + \nu^8 + \dots \right\} = A_0^2 \frac{t'^2 t''^2}{1 - \nu^4}.$$

Következik, hogy az  $A_0^2$  amplitúd négyzetének gyengülése az  $l_3/l_3$  üveglapon való áthaladás által, a beeső síkhoz párhuzamosan, vagy reá merőlegesen polározott fényben:

$$\left. \begin{aligned} A_{-}^2 &= A_0^2 \frac{\left[ \frac{\sin 2i_3 \sin 2r_3}{\cos^2 (i_3 - r_3) \sin^2 (i_3 + r_3)} \right]^2}{1 - \frac{\tan^4 (i_3 - r_3)}{\tan^4 (i_3 + r_3)}} = A_0^2 K_{-1}; \\ A_{+}^2 &= A_0^2 \frac{\left[ \frac{\sin 2i_3 \sin 2r_3}{\sin^2 (i_3 + r_3)} \right]^2}{1 - \frac{\sin^4 (i_3 - r_3)}{\sin^4 (i_3 + r_3)}} = A_0^2 K_{+1} \end{aligned} \right\} \dots 2$$

Ezentúl egyszerűség kedvéért ezen együtthatókat  $K_1$ -el jelöljük s e mellett szem előtt tartjuk, hogy a tényleges számításnál ez együtthatóknak a 2. egyenletcsoportban tartalmazott értékei helyetteszendők.

Jelölje még  $l_1$  az első nyaláb ama gyengülését, melyet az, az első nikol elébe helyezett  $l_1$  sárga lemezeken áthatolásánál szenved; képezzen végre a két nikol főmetszete egymással  $\varphi$  szöget, akkor a  $D_1$  diafragmának az észlelőcsőben keletkező képe következő intenzitású:

$$A_0^2 K_1 l_1 \cos^2 \varphi \dots \dots \dots 3,$$

hol *intenzitás alatt a kép közép felületi megvilágítását értjük.*

#### b) A második sugárnyaláb gyengülése.

A második nyalábot követjük ama helytől, hol az a  $PP$  hasábok elsejére esik. Miután e nyaláb természetes fényből áll, ennek tárgyalásánál ama kísérleti tényből indulunk ki, mely szerint egy nikol által síkban polározott fény, melynek polárosságsíkja a nikolnak hossz tengelye körül gyors forgatása által ép ily gyors forgásba hozatik, polározás- és intenzitás-viszonyaira nézve ugyanoly tulajdonúnak mutatkozik, mint a közönséges természetes fény. Az első  $P$ -re eső fényt tehát síkban polározott oly fénynek tekintjük, mely polárosságsíkjának azimútját folytonosan és gyorsan változtatjuk.

Legyen  $B_0$  e fény amplitúdja és  $\vartheta$  polárosság síkjának változó azimútja; szétbontjuk e fényt a beeső síkhoz párhuzamosan és reá merőlegesen polározott két összetevőre, melyek amplitúdja  $B_0 \cos \vartheta$  és  $B_0 \sin \vartheta$ . Ezen összetevők gyengülését külön vizsgáljuk és az észlelő csőben tesszük őket ismét össze.

A fény az első  $P$  hasábra a minimalis eltérésnek megfelelő  $i$  szög alatt esik be, tehát ugyanazon szög alatt ki is lép. Elhanyagolva az igen csekély absorpcziót a hasáb belsejében, az 1. képletsoport szerint a kilépő összetevők amplitúdjai:

$$B_0 \cos \vartheta \frac{2 \sin r \cos i \cdot 2 \sin i \cos r}{\cos^2 (i-r) \sin^2 (i+r)}; B_0 \sin \vartheta \frac{2 \sin r \cos i \cdot 2 \sin i \cos r}{\sin^2 (i+r)}$$

A második  $P$  törő hasáb törőszöge és törőmutatója az elsőével igen közelítőleg egyenlőnek találtatott, írjuk tehát a belőle kilépő összetevők amplitúdját:

$$B_0 \cos \vartheta \left[ \frac{\sin 2i \sin 2r}{\cos^2 (i-r) \sin^2 (i+r)} \right]^2; B_0 \sin \vartheta \left[ \frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2 (i+r)} \right]^2$$

Ezután a nyaláb az első totálisan visszaverő, egyenszárú hasábhöz,  $P_1$ -hez érkezik;  $i_1$  szöglet alatt esik be és ugyanily szög alatt lép ki. A teljes visszaverődés nem változtatja érezhetőleg az amplitúd értékét, ellenben a kétszeri törésnek megfelelő együtthatók:

$$\frac{\sin 2i_1 \sin 2r_1}{\cos^2 (i_1-r_1) \sin^2 (i_1+r_1)}; \frac{\sin 2i_1 \sin 2r_1}{\sin^2 (i_1+r_1)}$$

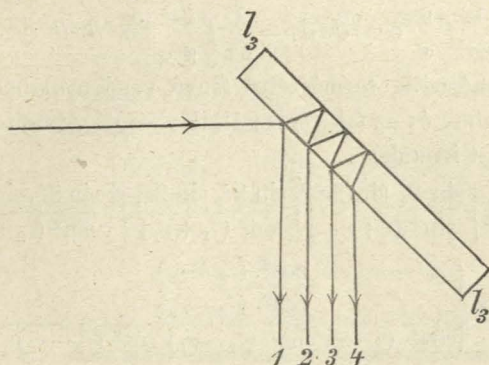
Ugyanily viszonyok érvényesek a második totalisan visszaverő hasábban,  $P_2$ -ben történt visszaverődésre, hozzájárul:

$$\frac{\sin 2i_2 \sin 2r_2}{\cos^2 (i_2-r_2) \sin^2 (i_2+r_2)}; \frac{\sin 2i_2 \sin 2r_2}{\sin^2 (i_2+r_2)}$$

E hasábból kilépve, a nyaláb  $i_3$  szög alatt jó az  $l_3 l_3$  lemezhez s onnan számtalan visszavert nyalábban az észlelőcsőbe hatol. Alig szükséges bizonyítani, hogy ezen  $i_3$  beeső szög ugyanazon értékű, mint azon  $i_3$  szög, mely alatt az első nyaláb a lemezhez érkezett (10 l.), mert az első nyaláb iránya az átmenetel után, a második nyalábé pedig a visszaverődés után az észlelő cső tengelyébe esik (l. az 1. ábrát). Az utóbbi nyaláb többszörös visszaverődés által számtalan párhuzamos, egymással nem



interferáló nyalábra bomlik, 3. ábra. Az 1-el jelölt nyaláb egyszeri visszaverődést levegőben szenved; a 2-vel jelölt egyszeri törést levegőből üvegbe, egyszeri visszaverődést üvegben és



3. ábra,

egyszeri törést üvegből levegőbe; minden következő nyaláb két-két belső visszaverődéssel többlet. Alkalmazva a 10. lapon bevezetett jelzést, e nyalábok viszonylagos amplitúdónegyzeteinek összege:

$$\nu^2 + t'^2 \nu^2 t''^2 + t'^2 \nu^6 t''^2 + \dots = \nu^2 \left\{ 1 + \frac{t'^2 t''^2}{1 - \nu^4} \right\}$$

Így tehát azon együtthatók, melyek az  $l_3 l_3$  lemezen való visszaverődés következtében a párhuzamos s a merőleges összetevő amplitúdójához járulnak:

$$\frac{tg(i_3 - r_3)}{tg(i_3 + r_3)} \left\{ 1 + \frac{\left[ \frac{\sin 2i_3 \sin 2r_3}{\cos^2(i_3 - r_3) \sin^2(i_3 + r_3)} \right]^2}{1 - \frac{tg^4(i_3 - r_3)}{tg^4(i_3 + r_3)}} \right\}^{\frac{1}{2}};$$

$$\frac{\sin(i_3 - r_3)}{\sin(i_3 + r_3)} \left\{ 1 + \frac{\left[ \frac{\sin 2i_3 \sin 2r_3}{\sin^2(i_3 + r_3)} \right]^2}{1 - \frac{\sin^4(i_3 - r_3)}{\sin^4(i_3 + r_3)}} \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Ha mind, a *b*) alatt felírt s egymáshoz tartozó együtthatókat egymással szorozzuk, nyerjük az észlelő csőbe jutott két összetevő amplitudját. — E két összetevő, egymásra merőleges két síkban polárizva lévén, az észlelőcsőben ellipsziszben polározott fénynek tévődik össze, mely fénynek intenzitása, a tapasztalat és elmélet szerint, egyenesen arányos az összetevők amplitud-

négyzeteinek összegével. Ezen összeg pedig a változó  $\vartheta$ -tól függ (12. lap); a tényleg észlelt intenzitás pedig tapasztalatilag arányos ez összegnek időbeli középértékével. Mivel azonban

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \vartheta d\vartheta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \vartheta d\vartheta = \frac{1}{2},$$

szabad a második, természetes fényű sugárnyalábnak a  $PP$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  hasábok és az  $l_3 l_3$  lemez által okozott gyengítő egyútt-hatóját,  $K_2$ -t írunk:

$$B^2 = B_0^2 \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2 (i+r)} \right]^4 \left[ \frac{\sin 2i_1 \sin 2r_1}{\sin^2 (i_1+r_1)} \right]^2 \left[ \frac{\sin 2i_2 \sin 2r_2}{\sin^2 (i_2+r_2)} \right]^2 \times$$

$$\times \left\{ \frac{\cos^2 (i_3+r_3)}{\cos^2 (i_3-r_3)} \right. \\ \left. \frac{1}{\cos^2 (i-r) \cos^2 (i_1-r_1) \cos^2 (i_2-r_2)} \right. \\ \left. \left( 1 + \frac{\left[ \frac{\sin 2i_3 \sin 2r_3}{\cos^2 (i_3-r_3) \sin^2 (i_3+r_3)} \right]^2}{1 - \frac{\operatorname{tg}^4 (i_3-r_3)}{\operatorname{tg}^4 (i_3+r_3)}} \right) + \right. \\ \left. + \left( 1 + \frac{\left[ \frac{\sin 2i_3 \sin 2r_3}{\sin^2 (i_3-r_3)} \right]^2}{1 - \frac{\sin^4 (i_3-r_3)}{\sin^4 (i_3+r_3)}} \right) \right\} = B_0^2 K_2 \dots\dots 4.$$

Ha a második nyáláb csak az első  $P_1$  hasábban szenvedett teljes visszaverődést és a második,  $P_2$  hasáb nem használtatik: elesnek a fennebbi kifejezésben az  $i_2$  és  $r_2$ -től függő tagok. Midőn a  $D_2$  diafragma elé  $l_2$  sárga átlátszó lemezt helyezünk, melynek fényabszorpczióját  $l_2$ -al jelöljük, akkor a  $D_2$ -nek az észlelőcsőben keletkező képének intenzitása írható:

$$B_0^2 K_2 l_2 \dots\dots\dots 5.$$

hol *intenzitás alatt* ismét a *kép középfelületi megvilágítását* értjük.

### c) Az intenzitások összehasonlítása.

Legyen az észlelőcső a középső főmaximumra beállítva; tegyük, hogy az első nikol forgatása és az  $l_1$ ,  $l_2$  lemezek közbeiktatása által elértük volna a  $D_1$  és  $D_2$  képeinek egyenlő intenzitását. — Akkor a 3. és 5. szerint következő egyenlet áll fenn:

$$A_0^2 K_1 l_1 \cos^2 \varphi = B_0^2 K_2 l_2 \dots\dots\dots 6$$



Ezután a csövet tetszőleges más,  $A_0'^2$  intenzitású főmaximumra állítjuk be és  $D_2$  képét szintén a csőbe tereljük; a beállítás eszközlése után az előbbi  $i_1, r_1, i_2, r_2, i_3, r_3$  más értékeket:  $i'_1, r'_1, i'_2, r'_2, i'_3, r'_3$ -et vettek fel;  $K_1$  és  $K_2$  ennek folytán  $K'_1$  és  $K'_2$ -be mentek át és általán, az  $l_1, l_2$  helyébe  $l'_1$  és  $l'_2$  lép. Midőn most  $q'$  a nikolok fősíkjai által bezárt szög a két kép egyenlő intenzitása esetében, áll:

$$A_0'^2 K_1 l'_1 \cos^2 q' = B_0^2 K'_2 l'_2 \dots\dots\dots 7,$$

avagy ez egyenletet a 6. a. egyenlettel egybe hasonlítva:

$$\frac{A_0'^2}{A_0^2} = \frac{K_1}{K'_1} \frac{K'_2}{K_2} \frac{l_1 l'_2 \cos^2 q}{l'_1 l_2 \cos^2 q'} \dots\dots\dots 8$$

Az egyenlet jobb része függ a  $K$  mennyiségektől, melyek az  $i, r \dots\dots i'_3, r'_3$  szögek által advák. E szögeket a számítás adta, miután (1. ábra) az  $\overline{OP_1}, \overline{OP_2}, \overline{OQ}$  és  $\overline{P_1 P_2}$  távolságok lemértettek. A  $q, q'$  azimutok az  $N_1$  nikol pozíciókörén olvastattak le, még pedig minden egyes intenzitás-mérésnél az  $N_1$  nikollal minden quadransban három-három összesen tizenkét beállítás történt. Elvégre az  $l$  sárga lemezeknek absorpcziója az 1. alatt (8. l.), említetthez egészen hasonló eljárással külön lett meghatározva. Így tehát az egyenlet jobb része, s evvel egyszersmind  $A_0'^2 : A_0^2$  viszony is a mérés adataiból következik. De már 1. alatt (8. l.) említettük, hogyan történik a középső főmaximum  $A_0^2$  intenzitásának összehasonlítása a beeső fényével: következik, hogy tetszőleges főmaximum  $A_0'^2$  intenzitását ismerjük, a beesőhöz viszonyítva.

Alig szükséges hozzátenni, hogy a  $D_1$  és  $D_2$  diafragmáknak az észlelőcsőben keletkező képei egész kiterjedésökben egyenletes intenzitásúnak tünnek fel az észlelő szemében.

A mi e redukció tényleges keresztülvitelét illeti, ez tetemes numerikus számításokat igényelt, különösen mivel minden egyes intenzitás-méréshez tartozó  $K$  mennyiségek értékeit külön-külön kellett meghatározni.

A mérés közben tett leolvasások adatai, a használt sárga  $l_1$  és  $l_2$  lemezek absorpczió együtthatói, valamint a  $K_1$  és  $K_2$  mennyiségek számbeli értékei itt egészen alárendelt jelentőségűek; elhagyva ezeket, közöljük a mérések redukciójából nyert végleges eredményeket.

### 3. A végleges számbeli adatok összeállítása.

A következő táblázatok tartalmazzák az elhajlott fény főmaximumainak intenzitását viszonyítva a beesőhöz. Az  $=$ , illetve  $\perp$  jelek kifejezik, hogy a rácsra eső fény polárosságú-e a beeső síkhoz párhuzamos, illetve arra merőleges.

Az első táblacsoportozat az üvegrácsra vonatkozik; közelebbről pedig az 1. és 2. tábla csak az egyenesen visszavert fényre érvényes, nevezetesen az O rovat adatai a rács sima szélétől visszavert fényre vonatkoznak, az  $\equiv$  és  $\equiv\cdot$  rovatokéi pedig a rácsozott felülettől visszavert fényre, midőn a rács vonalai a beeső síkhoz párhuzamosan fekszenek, és azok iránya az első esetben  $180^\circ$ -ot képez a második eset irányával.

A 3, 4, 5, 6 táblák első rovata a  $C_1$  kollimátorból jövő s a rácsra eső fény beeső szögét tartalmazza, harmadik rovata a középső főmaximumok intenzitását; a töle jobbra eső rovatban azon főmaximumok foglalvák, melyek a ráctól egyenesen visszavert sugár és a rács síkja által képezett *hegyes* szögben fekszenek, a töle balra eső rovatban pedig e visszavert sugár és a rács síkja által képezett *tomp*a szögben fekvők. A táblák utolsó rovatára nézve felvilágosítást ad a függelék a kísérleti részhez, (201.) b). A 3. és 5. tábla harmadik rovatafejen lévő  $\parallel$  jel, valamint a 4. és 6. tábla ugyancsak harmadik rovata fejen lévő  $\parallel$  jel kifejezi, hogy a rács vonalai mind a négy tábla kísérleteinél a beesés síkjára merőlegesek voltak, de az utolsó két tábla kísérleteinél  $180^\circ$ -ot képeztek a megelőző két tábla kísérleteinek megfelelő irányával.

Elvégre a táblákban fellépő  $\perp$  jel kifejezi, hogy az illető nyáláb nincs, nem keletezhetik, ellenben a  $*$  jel, hogy az ugyan ugyan, de az első kollimátorhoz való közel volta miatt nem észlelhető.

A második táblacsoportozat a fémrácsra vonatkozik; a táblák berendezése és a jelek jelentősége ugyanaz, mint az első csoportban.



# I. Üvegrács.

1. Tábla.

=

$i$	$\cdot \equiv$	O	$\equiv \cdot$
70°	0·3110	0·3260	0·3220
60	1620	1980	1890
50	1080	1290	1010
40	711	908	759
30	538	690	547
20	420	565	478
10°	0·0363	0·0506	0·0390

2. Tábla.

⊥

$i$	$\cdot \equiv$	O	$\equiv \cdot$
70°	0·0411	0·0393	0·0413
60	14	10	13
50	45	51	47
40	145	185	148
30	243	328	228
20	305	408	355
10°	0·0356	0·0468	0·0358

3. Tábla.

=

$i$	1	⏏	1	összes in- tenzitás
70°	0·0023	0·2610	—	0·2619
60	42	1640	—	0·1663
50	29	841	—	0·0861
40	42	743	—	0·0777
30	41	544	0·0018	0·0616
20	36	480	29	0·0557
10	*	0·0450	29	—
0°	0·0026	*	0·0036	—

4. Tábla.

=

$i$	1	⏏	1	összes in- tenzitás
70°	0·0064	0·3400	—	0·3427
60	57	1810	—	0·1842
50	70	1240	—	0·1288
40	35	766	—	0·0791
30	26	529	0·0012	0·0576
20	31	449	22	0·0509
10	*	0·0382	26	—
0°	0·0036	*	0·0026	—

5. Tábla.

⊥

$i$	1	⏏	1	összes in- tenzitás
70°	—	0·0436	—	0·0436
60	—	11	—	0·0011
50	0·0008	37	—	0·0042
40	21	150	—	0·0166
30	22	250	—	0·0270
20	31	300	0·0004	0·0335
10	*	0·0319	14	—
0°	0·0039	*	0·0031	—

6. Tábla.

⊥

$i$	1	⏏	1	összes in- tenzitás
70°	—	0·0402	—	0·0402
60	—	16	—	0·0016
50	0·0014	33	—	0·0043
40	15	139	—	0·0150
30	32	226	—	0·0256
20	18	299	0·0007	0·0326
10	*	0·0344	21	—
0°	0·0031	*	0·0039	—

## II. Fémrács.

7. Tábla.

=

$i$	$\cdot \equiv$	O	$\equiv \cdot$
80°	0·6640	0·8480	0·7130
70	5020	8080	5190
60	3520	7440	3590
50	2850	6490	2780
40	1810	6810	1840
30	1500	6660	1510
20	1250	6130	1240
10°	0·1040	0·5100	0·1040

8. Tábla.

⊥

$i$	$\cdot \equiv$	O	$\equiv \cdot$
80°	0·4380	0·4690	0·4350
70	3600	3550	3460
60	929	2880	1060
50	320	3170	505
40	377	4150	404
30	626	4750	488
20	1145	5130	920
10°	0·1320	0·5460	0·0885

9. Tábla.

=

$i$	4	3	2	1		1	2	összes intenzitás
80°	0·0244	0·0113	0·0124	0·0353	0·6760	—	—	0·6931
70	591	590	393	665	4910	—	—	0·5853
60	*	358	352	605	3330	—	—	—
50	*	560	327	629	2180	—	—	—
40	0·0161	*	577	854	1320	—	—	—
30	—	*	*	363	798	0·0447	—	—
20	—	0·0228	*	365	902	957	—	—
10	—	—	383	*	0·0853	1370	0·0045	—
0°	—	—	0·0186	0·0225	*	0·1170	0·0233	—

10. Tábla.

=

$i$	4	3	2	1		1	2	összes intenzitás
80°	0·0033	0·0074	0·0248	0·1310	0·6800	—	—	0·7141
70	26	172	486	1530	4800	—	—	0·5708
60	*	235	529	2370	3810	—	—	—
50	*	235	669	2300	1960	—	—	—
40	0·0155	*	581	2580	1510	—	—	—
30	—	*	*	1729	879	0·0167	—	—
20	—	0·0071	*	2520	887	317	—	—
10°	—	—	274	*	0·0767	360	0·0044	—
0	—	—	0·0233	0·1170	*	0·0225	0·0186	—



11. Tábla.

⊥

$i$	4	3	2	1		1	2	összes intenzitás
800	0·0165	0134	0·0084	0·0289	0·2830	—	—	0·2969
70	43	183	111	302	929	—	—	0·1191
60	*	65	68	139	417	—	—	—
50	*	49	83	119	824	—	—	—
40	0·0022	*	180	317	1530	—	—	—
30	—	*	*	284	1290	0·0753	—	—
20	—	0·0030	*	290	1220	690	—	—
10	—	—	141	*	0·1200	1450	0·0080	—
0°	—	—	0·0019	0·0196	*	0·1310	0·0170	—

12. Tábla.

⊥

$i$	4	3	2	1		1	2	összes intenzitás
80°	0·0133	0·0212	0·0715	0·3320	0·2810	—	—	0·3827
70	56	203	752	2900	914	—	—	0·2546
60	*	161	416	2310	352	—	—	—
50	*	24	77	491	797	—	—	—
40	0·0017	*	312	1900	1640	—	—	—
30	—	*	*	1250	1090	0·0075	—	—
20	—	0·0078	*	1610	1300	101	—	—
10	—	—	286	*	0·1070	178	0·0012	—
0°	—	—	0·0170	0·1310	*	0·0196	0·0019	—

Megjegyzendő, hogy az üvegrácsnál keletkezett jelenség általában gyenge intenzitású volt, s hogy csakis a középsőtől jobbra s balra fekvő első maximum volt észrevehető; ellenben a fémrács jelenségeinél néhány beeső szöglet mellett még a negyedik főmaximumot is lehetett észlelni.

#### 4. Függelék a kísérleti részhez.

a) Optikai rácsok által előidézett fényjelenségeknél a főmaximumok iránya megfelel következő egyenletnek (elméleti rész, 22. egyenlet, 37. lap).

$$\frac{\sin i - \sin \vartheta_\nu}{\nu} = \frac{\lambda}{d} \dots\dots\dots 9$$

E kifejezésben  $\nu$  a főmaximum sorszám,  $i$  a rácsra eső fény beeső szöge,  $\vartheta_\nu$  a  $\nu$ -ik főmaximum és a rács normalisa

által bezárt szög,  $\lambda$  a fény hullámhossza és  $d$  a rács két vonalának távolsága egymástól.

Jogosúlnak látszott annak vizsgálata, vajjon a használt szűkítőrácsoknál fellépő jelenségek mennyire felelnek meg e feltétlenek.

A következő 13. tábla az e szempontból tett mérések némelyikének eredményét tartalmazza, mely mindkét rácsra vonatkozik; az utolsó rovatban  $\frac{\lambda}{d}$  viszony az egy  $i$ -hez tartozó  $\vartheta_\nu$ -kből lett számítva. Ezen összeállítás mutatja, hogy fennebbi egyenlet igen nagy közelítéssel igazoltnak tekinthető.

$$\frac{\sin i - \sin \vartheta_\nu}{\nu} = \frac{\lambda}{d} \text{ egyenlet igazolása.}$$

13. Tábla.

$i$	$\vartheta_4$	$\vartheta_3$	$\vartheta_2$	$\vartheta_1$	$\vartheta_0$	$\vartheta_1$	$\vartheta_2$	$\frac{\lambda}{d}$
80°	—38°24'	—12°42'	10°28'	35°40'	80°00'	—	—	0,40159
70	—41 47	—15 22	7 51	32 33	70 00	—	—	0,40157
60	—47 42	—19 47	+ 3 36	27 41	60 00	—	—	0,40149
50	—	—25 59	— 2 7	21 22	50 00	—	—	0,40153
40	—74°27'	—	— 9 13	13 59	40 00	—	—	0,40139
30	—	—44 49	—17 37	5 41	30 00	64°17'	—	0,40121
20	—	—59°34'	*	— 3 24	20 00	47 57	—	0,40109
10	—	—	—38 57	*	10 00	35 6	77°22'	0,40124
0°	—	—	—53°22'	—23°38'	0°00'	23°38'	53°22'	0,40106

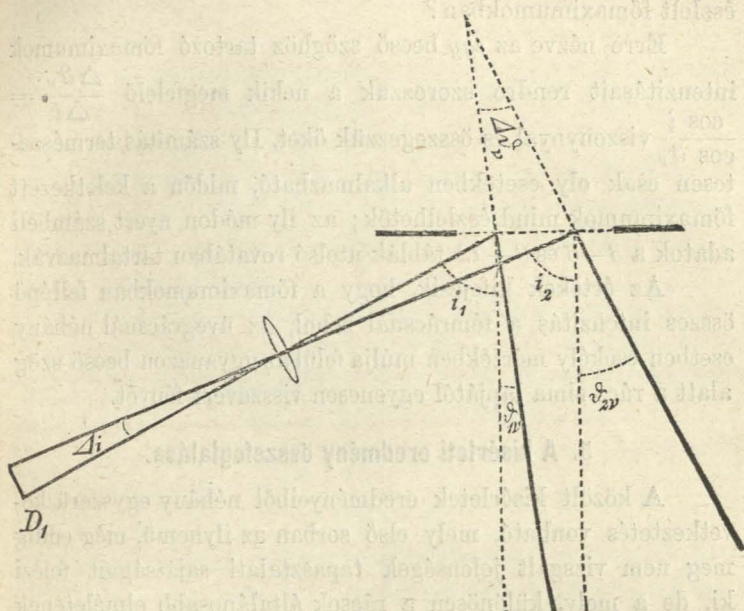
b) A  $D_1$  derékszögű diafragmának a főmaximumok fényében keletkezett képei általában véve nem bírnak ugyanazon szélességgel, mint a minő a  $D_1$  azon képének szélessége, mely akár az első kollimátorból közvetlenül, akár pedig egyenes visszaverődés által az észlelőcsőbe jutott fényben keletkezik; az előbbi szélesség lehet kisebb is, nagyobb is az utolsónál.

A képek e szélessége könnyen következik a  $\nu$ -ik főmaximum helyét meghatározó  $d(\sin i - \sin \vartheta_\nu) = \nu \lambda$  egyenletből. Ugyanis a  $D_1$ -nek a főmaximum fényében keletkezett képének szélei tulajdonképen a  $D_1$  nyílás szélei főmaximumainak helyei lévén, kell, hogy ezekre nézve is álljon a fennebbi egyenlet:

$$\left. \begin{aligned} d(\sin i_1 - \sin \vartheta_{1\nu}) &= \nu \lambda \\ d(\sin i_2 - \sin \vartheta_{2\nu}) &= \nu \lambda \end{aligned} \right\}$$



E kifejezésekben, 4. ábra, az  $i_1$  és  $i_2$  a  $D_1$  nyílás egyik és másik széléből induló és a kollimátorból párhuzamosan ki-



4. ábra.

lépő sugárnyalábnak a rács síkjára vonatkozó beeső szöge;  $\theta_{1\nu}$  és  $\theta_{2\nu}$  pedig az ezekhez tartozó  $\nu$ -ik főmaximumok iránya és a rács normalisa által bezárt szögek.

A  $D_1$  nyílásnak minden egyéb fénylő pontjából induló nyaláb  $\nu$ -ik főmaximuma a  $\theta_{1\nu}$  és  $\theta_{2\nu}$  közé esik, így tehát a  $\theta_{2\nu} - \theta_{1\nu}$  lesz a  $D_1$  képének szögnagysága. A  $D_1$  nyílás csekély szélességű lévén, mindezen iránykülönbségek is csekélyek lesznek; szabad írunk  $i_2 = i_1 + \Delta i$ ;  $\theta_{2\nu} = \theta_{1\nu} + \Delta \theta_\nu$ . Helyetteszve ezeket a fennebbi két egyenlet másodikába, levonva azt az elsőből, marad

$$\Delta \theta_\nu = \frac{\cos i}{\cos \theta_\nu} \Delta i \dots \dots \dots 10$$

Fennebbi kísérleteink folyamában használt  $D_1$  nyíláshoz tartozó  $\Delta i$  értéke, ivmértékben  $1/200$  s így e 10. egyenlet közelitése teljesen elegendő. Nagy beeső szögek mellett  $\cos i$  kicsiny és  $\Delta \theta_\nu$  többszörte kisebb lehet  $\Delta i$ -nél. Az észlelések teljesen igazolták ezen eredményt.

Nem érdektelen ez alkalommal még ama kérdés vizsgálata sem, vajjon a beeső összes fénynek hányadrésze lép fel az észlelt főmaximumokban?

Erre nézve az *egy* beeső szöghöz tartozó főmaximumok intenzitásait rendre szorozzuk a nekik megfelelő  $\frac{\Delta \vartheta_r}{\Delta i} = \frac{\cos i}{\cos \vartheta_r}$  viszonynyal és összegezzük őket. Ily számítás természetesen csak oly esetekben alkalmazható, midőn a keletkezett főmaximumok mind észlelhetők; az ily módon nyert számbeli adatok a 3—6 és 9—12 táblák utolsó rovatában tartalmazvák.

Az értékek kifejezik, hogy a főmaximumokban fellépő összes intenzitás a fémrácsnál sehol, az üvegrácsnál néhány esetben csekély mértékben múlja felül az ugyanazon beeső szög alatt a rács sima lapjától egyenesen visszavert fényét.

### 5. A kísérleti eredmény összefoglalása.

A közölt kísérletek eredményeiből néhány egyszerű következtetés vonható, mely első sorban az ilynemű, még eddig meg nem vizsgált jelenségek tapasztalati sajátságait fejezi ki, de a mely, különösen a rácsok általánosabb elméletének szempontjából, érdekes elméleti jelentőséggel is bír.

1. A 13. tábla értelmében a főmaximumok fekvése még e szűkközű rácsoknál is, megegyezik a közönséges elmélettel.

2. A 3—6 és 9—12 táblák értelmében a főmaximumok észlelt intenzitásai feltűnő mértékben különböznek a közönséges elmételtől. E szerint ugyanis az  $\parallel$  és az  $\parallel\parallel$  helyzetekben tett észleléseknek, különben egyenlő körülmények között, egyenlő intenzitást is kellett volna mutatniok; de ez még a legegyszerűbb esetben,  $i = 0$  mellett, sem következett be; ekkor ugyanis a rács normalisához szymmetrikusan fekvő főmaximumoknak egyenlő intenzitásuknak kellene lenniök, míg az üvegrács tetemes eltérést, a fémrács ellenben látszólag a legnagyobb szabálytalanságot mutat.

Ez eltérések oka nem kereshető észlelési hibákban, mert, midőn ellenőrzés céljából és az egyes intenzitásmérések pontosságának kipuhatolása végett, a kísérlet ujonnan ismételtetett, a két mérés között átlag csak 2%-nyi különbség adódott, míg a nevezett különbségek több százszorta nagyobbak.



3. A fellépő főmaximumok összes intenzitása mindig kisebb azon beeső fény intenzitásánál, melyből a diffrakció jelenség keletkezik.

---

A 2-ben említett sajátságok, melyek szerint különösen fémrácsoknál a főmaximumok intenzitása oly nagyon különböző, gyakorlati érdekléssel is bírnak.

Ugyanis újabb időben nagyszámú spektroszkopikus készüléknél nem üveghasábok, hanem üveg- vagy fémrácsok szolgálnak a szinképek előállítására, a nap és fényesebb égi testek megfigyelésénél.

Méréseink szerint e szinképek (melyek tulajdonképen a különböző színű fénynek főmaximumainak egymásra következő sorozatai), a különböző beesés szöge és a rács vonalozásának fekvése szerint igen különböző intenzitásúak.

E viszonyok tehát ilyenmő észleléseknél legkevésbbé sem közömbösek.

---

A diffrakció közönséges elmélete ama feltevésből indul ki, hogy a rács barázdái teljesen nyelik el a fényt, s hogy a közöttük lévő síma szalagok a fényt oly módon bocsátják át vagy verik vissza, mintha e szalagok nagy kiterjedéső felülethez tartoznának.

Kísérleteink mutatják, hogy ily szűk közü rácsoknál e feltétből folyó következtetések nem felelnek meg a tapasztalatnak (l. a 37. és 38. lapot), hogy e feltétnek csekély módosításai sem lehetnek kielégítők, hanem hogy a diffrakció ezen problémáját más, egészen általános szempontból kell felfogni és megoldani.

---

## II. ELMÉLETI RÉSZ.

### 1. A fény mozgás-egyenletei homogén és izotrop, rugalmas közegben. Hullámfüggvény.

Valamely egynemű és minden irányban egyenlő tulajdonokat felmutató ruganyos közegben történő egyszerű, egyszínű, tranzverzál rezgések következő egyenleteknek felelnek meg:

$$\Delta^2 u + k^2 u = 0; \Delta^2 v + k^2 v = 0; \Delta^2 w + k^2 w = 0 \dots 1$$

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = a^2 u; \frac{d^2 v}{dt^2} = a^2 v; \frac{d^2 w}{dt^2} = a^2 w \dots \dots \dots 2$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots 3$$

Ezen egyenletekben  $\Delta^2$  egy analitikai műtétet fejez ki, nevezetesen  $\Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ . A rezgő pont vagy térbeli elem egyensúlyának helyzete  $x, y, z$  összrendezők által adatik, rezgés közben pedig ezek átmennek  $x + u, y + v, z + w$ -értékekbe s  $u, v, w$  a kitérés összetevőinek mondatnak.

A 1. egyenletek a ruganyos erő hatása alatt történő kitérésekre vonatkoznak, és azoknak a térbeli összrendezőktől, de nem az időtől való függését adják; a 2. egyenletek kifejezik, hogy a mozgások egyszerű, *egyszínű* rezgések; a 3. egyenlet pedig, hogy a kitérések a rezgés tovaterjedésének irányára merőlegesen történnek, azaz, a tranzverzálítás feltétét, melynek értelmében mozgás közben a közegben sűrűségváltozás nem léphet fel.

Miként azt nemsokára (30. l.) találni fogjuk, a fényrezgés hullámhossza  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ ; és a rezgés tovaterjedésének sebessége  $= a$ .

Egyszerűsítés céljából bevezetünk  $\varphi$  és  $\psi$  mennyisége-



ket, melyeket az 1. egyenletcsoport értelmében határozzuk meg és hullámfüggvényeknek nevezzük, írjuk:

$$\Delta^2 \varphi + k^2 \varphi = 0; \Delta^2 \psi + k^2 \psi = 0 \dots \dots \dots 4$$

E függvények a rezgő test két különböző vagy ugyanazon pontjára vonatkoznak, és jelenthetik vagy magokat a kitérés összetevőit, vagy oly függvényt, melyből e kitérések egyszerű módon képezhetők (l. a 32. lapot). Ez utóbbi eljárás alapjául szolgál következő

*Tétel.* Ha  $\psi$  függvény a 1. egyenlet megoldása, akkor  $C \frac{\partial^p \psi}{\partial x^m \partial y^n \partial z^o}$  függvény szintén megoldása ez egyenletnek, hol  $p = m + n + o$  és  $C$  az  $x, y, z$  összerendezőktől független mennyiség.

Helyetteszve ugyanis e mennyiséget a 4. egyenletbe, nyerjük:

$$C \left\{ \frac{\partial^{p+2} \psi}{\partial x^{m+2} \partial y^n \partial z^o} + \frac{\partial^{p+2} \psi}{\partial x^m \partial y^{n+2} \partial z^o} + \frac{\partial^{p+2} \psi}{\partial x^m \partial y^n \partial z^{o+2}} + k^2 \frac{\partial^p \psi}{\partial x^m \partial y^n \partial z^o} \right\} =$$

$$C \frac{\partial^p}{\partial x^m \partial y^n \partial z^o} \{ \Delta^2 \psi + k^2 \psi \} = 0.$$

Ezzel e tétel be van bizonyítva.

Ha tehát az 1. vagy 4. egyenletnek egy megoldását ismerjük, abból számtalan más megoldás képezhető, melyek közül a kitérések értékeit tetszőlegesen választhatjuk (l. a 34. lapot).

## 2. Green tételének alkalmazása.

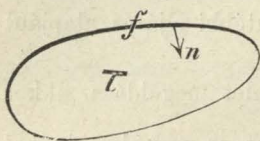
Adva legyen valamely teljesen zárt és egyszerűen összefüggő  $\tau$  tér minden pontjára nézve tetszőleges két  $U$  és  $V$  függvény, mely a  $\tau$  tér minden pontjában egyértékű, véges és folytonos legyen. Jelezze, 5. ábra,  $F$  e tér határfelületét, és  $n$  az e felület tetszőleges pontjából a tér belsejébe vont normálist, akkor Green tételének egyik alakja:

$$\int U \frac{\partial V}{\partial n} dF + \int U \Delta^2 V d\tau = - \int \left( \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z} \right) d\tau$$

$$= \int V \frac{\partial U}{\partial n} dF + \int V \Delta^2 U d\tau \dots \dots \dots 5.$$

Ez egyenlet mindkét oldalához  $k^2 UV$  mennyiséget kapcsolva, lesz:

$$\begin{aligned} \int U \frac{\partial V}{\partial n} dF + \int U (\Delta^2 V + k^2 V) d\tau = \\ = \int V \frac{\partial U}{\partial n} dF + \int V (\Delta^2 U + k^2 U) d\tau. \end{aligned}$$



5. ábra.

Tegyük:  $U = \varphi$ ,  $V = \psi$ , akkor, a 4. egyenletek értelmében, hullámfüggvényekre nézve Green tétele következő egyszerű alakot ölt:

$$\int \varphi \frac{\partial \psi}{\partial n} dF = \int \psi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dF^*) \dots \dots \dots 6.$$

A jelzett integrálok kiterjesztendők a  $\tau$  tért teljesen bezáró, határoló  $F$  felület vagy felületek minden részére.

### 3. A diffrakció közönséges kifejezése.

A diffrakció problémája rendesen következő módon lesz formulázva: adva van a hullámmozgás a tér bizonyos részében, kerestetik a keletkező hullámmozgás a tér tetszőleges más részében.

Könnyű ugyanis a hullámegyenletnek egyik vagy másik megoldását találni, s így annak ismeretére jutni, mily mozgás áll fenn bizonyos térben vagy bizonyos felületen; de arra nézve, hogy a tér más pontjában fellépő mozgást találjunk, bizonyos módszeres eljárás, bizonyos tételek és bizonyos feltevések és feltételek szükségesek.

Ily tétel a Green tételének 6. alatt felírt alakja, segélyével egyszerű esetekben a probléma szigorral és minden nehézség nélkül oldható meg.

#### a) Az elhajlott mozgás hullámfüggvényének megállapítása.

1. A 4. egyenleteknek egy egyszerű megoldása, miként egyenes differenciálás útján meggyőződhetni,

$$\varphi' = \frac{\cos k \varrho_0}{\varrho_0} \dots \dots \dots 7$$

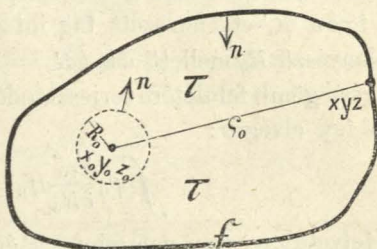
\*) Helmholtz, Crelle's Journal, LVII, 1859; Wissenschaftliche Abhandlungen I. 327. I. 1881.



Ekifejezésben, 6. ábra,  $q_0$  egy a  $\tau$  térben meghatározott fekvésű,  $x_0 y_0 z_0$  összrendezőikkel bíró pontnak távolsága egy másik, a  $\tau$  térben vagy annak határfelületén fekvő, tetszőleges  $xyz$  összrendezőikkel bíró ponttól, azaz:

$$q_0^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 \dots \dots \dots 8.$$

Észreveszszük, hogy  $\varphi'$  a  $\tau$  tér egész kiterjedésében folytonos és véges, kivéve az  $(x_0 y_0 z_0)$  pont legközelebbi szomszédságát, hol  $q_0$  elenyésző csekély, és  $\varphi'$  értéke végtelen nagygyá válik. Az  $(x_0 y_0 z_0)$  pont tehát  $\varphi'$  függvényre nézve szakadó pont lévén: ezt és legközelebbi környékét okvetetlenül ki-



8. ábra.

kell zárunk a  $\tau$  térből, ha Green tételét akarjuk alkalmazni. Körülötte  $R_0$  kis sugárral gömböt írunk le, úgy, hogy a  $\tau$  tér most az  $F$  fölület és az  $R_0$  sugaru  $f_0$  gömbfelület által lesz határolva, 6. ábra. Ennek következtében a 6. egyenletnek mindkét oldala két-két tagból áll, melyek egyike  $F$ , másika  $f_0$ -fölületre vonatkozik; ha benne a  $\varphi$ , illetve  $\psi$ -nek az  $F$  fölületen való értékét  $\varphi'$ , illetve  $\psi'$ -el és az  $f_0$ -fölületen való értékét  $\varphi_0'$ , illetve  $\psi_0'$ -el jelöljük, és figyelembe vesszük, hogy az  $f_0$ -ról a  $\tau$ -ba húzott normális iránya mindenütt összeesik az  $R_0$  pozitív irányával, a 6. egyenlet:

$$\int \varphi' \frac{\partial \psi'}{\partial n} dF + \int \varphi_0' \frac{\partial \psi_0'}{\partial R_0} df_0 = \int \psi' \frac{\partial \varphi'}{\partial n} dF + \int \psi_0' \frac{\partial \varphi_0'}{\partial R_0} df_0 \dots \dots 9.$$

A fölületi elem  $df_0 = R_0^2 dw$ , hol  $dw$  azon fölület, mely az  $(x_0 y_0 z_0)$  körül a távolságegységgel leírt gömb felületéből a  $df_0$  kerületéhez húzott sugarak által lesz kimetszve. Irtható tehát:

$$\int \varphi_0' \frac{\partial \psi_0'}{\partial R_0} df_0 = \int \frac{\cos k R_0}{R_0} \frac{\partial \psi_0'}{\partial R_0} R_0^2 dw = \int \frac{\partial \psi_0'}{\partial R_0} R_0 \cos k R_0 dw$$

$$\int \psi_0' \frac{\partial \varphi_0'}{\partial R_0} df_0 = \int \psi_0' (k R_0) \sin k R_0 dw - \int \psi_0' \cos k R_0 dw$$

A  $\psi'$  és  $\psi_0'$  függvény és deriváltjai az  $F$  és  $f_0$  felületek s a  $\tau$  tér minden, még  $(x_0 y_0 z_0)$  pontjában is folytonosak és végesek

lévén, az első egyenlet jobb része, valamint a második egyenlet jobb részének első tagja az  $R_0$  csökkenésével mindig fogy, és ha  $R_0$  elenyésző csekély, végtelen kicsinyvé válik. Ellenben a második egyenlet második tagja az  $R_0$  folytonos fogyásánál mindinkább közeledik bizonyos, véges határértékhez. Ugyanis  $\psi'_0$ , mely az  $f_0$  felületre vonatkozik, csak végtelen kis mennyiséggel különbözik a gömb központjára érvényes  $\psi'_0$  értéktől, s így a  $\psi'_0$ -et a nevezett tag integrál-jele elé írhatni; továbbá elenyésző  $R_0$  mellett  $\cos kR_0 = 1$ , ezenkívül az integrálás az egész gömb felületére terjesztendő ki, minek folytán  $\int dw = 4\pi$ , és így elvégre:

$$\int \psi'_0 \frac{\partial \varphi'_0}{\partial R_0} df_0 = -4\pi \psi'_0 \dots\dots\dots 10.$$

Helyettesítve ezen, valamint a  $\varphi'$  értékét (7 egyenlet) a 9. egyenletbe, leszén

$$4\pi \psi'_0 = \int \psi' \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\cos k \varrho_0}{\varrho_0} \right) dF - \int \frac{\partial \psi'}{\partial n} \frac{\cos k \varrho_0}{\varrho_0} dF \dots\dots 11.$$

Ez egyenlet jelentősége: ha a  $\psi'$  és  $\frac{\partial \psi'}{\partial n}$  függvények az  $F$  felület minden elemére nézve ismervék, akkor a térnek most már tetszőleges  $(x_0 y_0 z_0)$  pontjában fellépő  $\psi'_0$  hullámfüggvény ez egyenlet alapján kiszámítható.

2. Green tétele azonban a hullámegyenlet más megoldására is alkalmazható, írjuk ugyanis

$$\varphi'' = \frac{\sin k \varrho_0}{\varrho_0} \dots\dots\dots 12$$

és ismét egyenes differenciálás útján meggyőződhetünk, hogy  $\varphi''$  megfelel a 4. egyenletnek.

E megoldás még azon tulajdonnal is bír, hogy az  $F$  felület és az általa bezárt  $\tau$  tér minden, még  $(x_0 y_0 z_0)$  pontjában is folytonos és véges. Így tehát a 6. egyenletnek integráljai csak  $F$ -re terjesztendők ki. Jelölve  $\psi''$ -vel az e megoldáshoz választható második hullámfüggvény értékét, Green tétele:

$$0 = \int \psi'' \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\sin k \varrho_0}{\varrho_0} \right) dF - \int \frac{\partial \psi''}{\partial n} \left( \frac{\sin k \varrho_0}{\varrho_0} \right) dF \dots\dots 13.$$

3. A 11. és 13. egyenletek külön-külön érvényesek és külön is használhatók, de ha azokat alkalmasan összegezzük,



nyerjük a diffrakciónak egyszerű és a közönséges esetekre nézve kielégítő kifejezését.

Mielőtt ezt tesszük, jegyezzük meg, hogy írhatjuk:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\cos k \varrho_0}{\varrho_0} \right) = \left\{ -k \frac{\sin k \varrho_0}{\varrho_0} - \frac{\cos k \varrho_0}{\varrho_0} \frac{1}{\varrho_0} \right\} \frac{\partial \varrho_0}{\partial n} = \left( -k \varphi'' - \frac{\varphi'}{\varrho_0} \right) \frac{\partial \varrho_0}{\partial n}$$

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\sin k \varrho_0}{\varrho_0} \right) = \left\{ +k \frac{\cos k \varrho_0}{\varrho_0} - \frac{\sin k \varrho_0}{\varrho_0} \frac{1}{\varrho_0} \right\} \frac{\partial \varrho_0}{\partial n} = \left( +k \varphi' - \frac{\varphi''}{\varrho_0} \right) \frac{\partial \varrho_0}{\partial n}$$

Ezek helyetteszése után a 11. és 13. egyenleteket összegezve, azonnal nyerjük:

$$4\pi\psi_0 = 4\pi\psi'_0 = \int \left\{ -k(\psi'\varphi'' - \psi''\varphi') \frac{\partial \varrho_0}{\partial n} - \frac{1}{\varrho_0} (\psi'\varphi' + \psi''\varphi'') \frac{\partial \varrho_0}{\partial n} - \left( \frac{\partial \psi'}{\partial n} \varphi' + \frac{\partial \psi''}{\partial n} \varphi'' \right) \right\} dF. \dots\dots\dots 14.$$

Ez egyenlet kifejezi: ha  $\psi'$ ,  $\psi''$ ;  $\frac{\partial \psi'}{\partial n}$ ,  $\frac{\partial \psi''}{\partial n}$  függvények az  $F$  fölületén ismeretesek, akkor az  $(x_0, y_0, z_0)$  pontban föllépő hullámfüggvény ez egyenlet segítségével kiszámítható. Nevezetes, hogy  $\varphi''$  és  $\psi''$  fellépte által e pontnak  $\psi_0$  hullámfüggvénye nem változtatja értékét.

Ha a 14. egyenletet *tényleges* esetekre akarjuk alkalmazni, a nevezett ismeretlen függvényekre nézve bizonyos *feltevéseket* kell tennünk. A legegyszerűbb feltevések egyike, midőn írjuk:

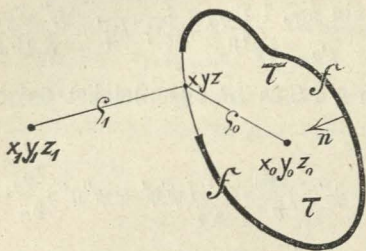
$$\left. \begin{aligned} \psi' &= \frac{\mathfrak{A}}{\varrho_1} \cos \left( 2\pi \frac{t}{T} + \delta - k\varrho_1 \right) = \mathfrak{A} \cos \left( 2\pi \frac{t}{T} + \delta \right) \frac{\cos k\varrho_1}{\varrho_1} + \\ &\quad + \mathfrak{A} \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} + \delta \right) \frac{\sin k\varrho_1}{\varrho_1} \\ \psi'' &= \frac{\mathfrak{A}}{\varrho_1} \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} + \delta - k\varrho_1 \right) = \mathfrak{A} \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} + \delta \right) \frac{\cos k\varrho_1}{\varrho_1} - \\ &\quad - \mathfrak{A} \cos \left( 2\pi \frac{t}{T} + \delta \right) \frac{\sin k\varrho_1}{\varrho_1} \end{aligned} \right\} .15.$$

E függvények egyszersmind a 4. egyenleteknek megoldásai, mert  $\varrho_1$ -től függő együttthatói a 7. és 12. egyenletek alakjaival birnak. A  $\varrho_1$  egy térbeli, meghatározott fekvésű és  $x_1, y_1, z_1$  összerendezőkkel biró, a  $\tau$  téren kívül lévő pontnak távolsága egy tetszőleges más

térbeli, vagy az  $F$ -fölületen lévő  $xyz$  összendezőjü ponttól:

$$\varrho_1^2 = (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 \dots\dots\dots 16.$$

A 15. kifejezések számlálójá periodikusan ugyanazon értéket veszi fel, ha  $\varrho_1$  mennyiség  $\frac{2\pi}{k}$ -hosszal növekszik, ha  $t$  idő



7. ábra.

$T$ -vel nagyobb lesz. — Ez egyenletek által kifejezett feltevések tehát egyszerű gömbhullámokat jelentenek melyek az  $(x_1 y_1 z_1)$  pontból 7. ábra, indulnak ki,  $\frac{2\pi}{k} = \lambda$  hullám-

hosszal,  $T$  rezgés idővel és  $\delta$  kezdetleges fázissal bir-

nak. Jelentik továbbá azt is, hogy midőn e hullámok az  $F$  fölülethez érkeznek, ott oly mozgást ébresztenek, mint a határtalan rugalmas közegben, s így e fölület elemeire nézve a  $\psi'$ ,  $\psi''$ ;

$\frac{\partial \psi'}{\partial n}$ ,  $\frac{\partial \psi''}{\partial n}$  függvényeket ismerjük.

Könnyen nyerjük:

$$\frac{\partial \psi'}{\partial n} = \Re \left( \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{\varrho_1} \cos(2\pi \frac{t}{T} + \delta - k\varrho_1) \right) \right) = \left( k\psi'' - \frac{\psi'}{\varrho_1} \right) \frac{\partial \varrho_1}{\partial n}$$

$$\frac{\partial \psi''}{\partial n} = \Re \left( \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{\varrho_1} \sin(2\pi \frac{t}{T} + \delta - k\varrho_1) \right) \right) = \left( -k\psi' - \frac{\psi''}{\varrho_1} \right) \frac{\partial \varrho_1}{\partial n}$$

Helyetteszve ezeket a 14. egyenletbe, lesz

$$4\pi\psi_0 = \int \left\{ -k(\psi'\varphi'' - \psi''\varphi') \frac{\partial \varrho_0}{\partial n} - \frac{1}{\varrho_0} (\psi'\varphi' + \psi''\varphi'') \frac{\partial \varrho_0}{\partial n} - k(\psi''\varphi' - \psi'\varphi'') \frac{\partial \varrho_1}{\partial n} - \frac{1}{\varrho_1} (-\psi'\varphi' - \psi''\varphi'') \frac{\partial \varrho_1}{\partial n} \right\} dF.$$

De a 7., 12. és 15. egyenletekből következik:

$$-\psi'\varphi'' + \psi''\varphi' = \frac{\Re}{\varrho_0\varrho_1} \sin(2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(\varrho_0 + \varrho_1)),$$

$$\psi'\varphi' + \psi''\varphi'' = \frac{\Re}{\varrho_0\varrho_1} \cos(2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(\varrho_0 + \varrho_1)),$$



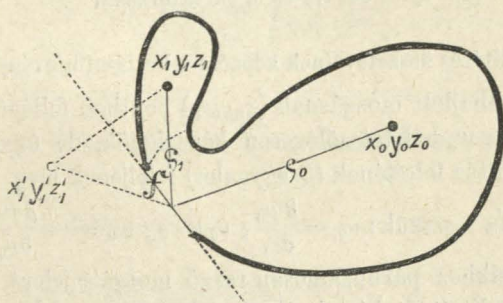
ezek szerint végre :

$$4\pi\psi_0 = k \int \frac{\Re}{\varrho_0\varrho_1} \left( \frac{\partial\varrho_0}{\partial n} - \frac{\partial\varrho_1}{\partial n} \right) \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(\varrho_0 + \varrho_1) \right) dF - \int \frac{\Re}{\varrho_0\varrho_1} \left( \frac{1}{\varrho_0} \frac{\partial\varrho_0}{\partial n} - \frac{1}{\varrho_1} \frac{\partial\varrho_1}{\partial n} \right) \cos \left( 2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(\varrho_0 + \varrho_1) \right) dF^*) \quad 17.$$

A felirt kifejezés első tagjának értéke általánosságban  $k:\frac{1}{\varrho}$  mértékben nagyobb a második tag értékénél; de a tényleg észlelt diffrakciójelenségeknél, hol  $\varrho_1$  a fényforrás távolsága az elhajlást előidéző nyílástól,  $\varrho_0$  a tér valamely, észlelésnek alávetett pontjának távolsága ugyanezen nyílástól, a  $k:\frac{1}{\varrho} = 2\pi\varrho:\lambda$  viszony sok ezerszer nagyobb az egységnél, s így elegendő, ha a 17. egyenlet első tagját vesszük csak figyelembe.

Az integrálás tulajdonképpen az egész  $F$  felületre terjesztendő ki; de midőn e felületnek egy része olyan, hogy a reá eső mozgásból (fényből) nem bocsát át vagy nem ver vissza semmit, és az egész fényt elnyeli, minők az átlátszatlan fekete testek, akkor elegendő az integrált az  $F$  csak ama részére kiterjeszteni, melyen rezgő pontok léteznek, hol tehát a  $\psi$  függvények és deriváltjai a zérótól különböző értékűek. Ez eset bekövetkezik, midőn a rezgés egy átlátszatlan ernyőben lévő  $F$  nyíláson áthalad s az ernyő másik oldalán lévő térben mozgást idéz elő.

Megjegyzendő, hogy a 17. kifejezés még akkor is érvényes, midőn az  $F$  nem mozgást átbocsátó, hanem mozgást visz-



8. ábra.

szaverő sík felület; ez esetben úgy tekinthető a jelenség, mintha az  $(x_1y_1z_1)$  pont tükörképe, az  $(x'_1y'_1z'_1)$  pont, 8. ábra, lenne a

\*) Kirchhoff, Vorlesungen über mathematische Optik.

gömbhullámok központja és  $F$  átbocsátó felület volna. Csak az  $F$  felületen való visszaverődés által bekövetkezett amplitud- és fázis-változást kell figyelembe venni. Ez esetben az  $(x_1 y_1 z_1)$  pont a  $\tau$  belsejében fekszik, de e körülmény nem zavarhatja a 17. kifejezés helyességét, mivel az  $(x_0 y_0 z_0)$  pontban fellépő fénymozgás, tapasztalat szerint, csak az  $F$  visszaverő felületen lévő pontok rezgés-állapotától függ, és így minden hiba nélkül kizárhatjuk a  $\tau$  tér ama részét, melyben a fényforrás foglaltatik.

Midőn az  $F$  elhajlónyílás a hullámhossznál sokszorta nagyobb méretű, felvehető, hogy ennek mentében a mozgás úgy történik, mint végtelen kiterjedésű közegben: tehát, hogy a  $\psi$  függvények megfelelnek a 4. egyenletnek. Ez bekövetkezik, midőn a hullámfüggvény amplitudja,  $\mathfrak{A}$  az  $xyz$  összrendezőkől független, s így a nyílás minden pontja egyenlő amplituddal rezeg.

Sík nyílásoknál és felületeknél még ezenkívül az  $\varepsilon_0 = \angle \rho_0 n$  és  $\varepsilon_1 = \angle \rho_1 n$  szögek az  $F$  szerint végezendő integrálásokra nézve állandók, továbbá az  $\rho_0$  és  $\rho_1$  távolak a nyílás méreteihez képest igen nagyok lévén, a 17. kifejezés írható:

$$4\pi\psi_0 = \frac{\mathfrak{A}k}{\rho_0\rho_1} \frac{\partial(\rho_0 - \rho_1)}{\partial n} \int \sin \left[ 2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(\rho_0 + \rho_1) \right] dF \dots 18.$$

Ez a diffrakció közönségesen használt képlete, mely azonban még a ferde beesés és a ferde elhajlás együtthatóját,  $\frac{\partial(\rho_0 - \rho_1)}{\partial n} = (\cos \varepsilon_0 - \cos \varepsilon_1)$ -et is tartalmazza.

#### b) A kitérés összetevőinek képzése a hullámfüggvényből.

Az elhajlott mozgásnak  $(x_0 y_0 z_0)$  pontban fellépő kitérés-összetevői a  $\psi_0$ -ból tetszőlegesen képezhetők, de úgy, hogy a tranzverzálitás feltételének (3. egyenlet) feleljenek meg.

a) Ha teszszük:  $u_0 = \frac{\partial \psi_0}{\partial z_0}$ ;  $v_0 = 0$ ;  $w_0 = -\frac{\partial \psi_0}{\partial x_0}$ , akkor

ez az XZ síkhoz párhuzamosan rezgő mozgást jelent, mely a 25. lapon említett tétel értelmében az 1., 2., 3. egyenleteknek felel meg.

b) Ellenben, ha teszszük:

$$u_0 = 0; v_0 = \left\{ \left( \frac{\partial \psi_0}{\partial x_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial \psi_0}{\partial z_0} \right)^2 \right\}^{1/2}; w_0 = 0,$$



és e mellett  $\psi_0$  olyan, hogy az az  $y$ -nak már igen kicsiny értékei mellett elenyésző vagy az  $y$ -tól független, akkor ez az  $Y$ -tengetlyhez párhuzamosan történő  $s$  az 1, 2, 3 egyenleteknek megfelelő rezgést jelent (l. a következő jegyzetet, 34. l.).

A kitérések tényleges számítása nagy könnyűséggel eszközölhető. Fektesük ugyanis derékszögű összrendezői rendszerünk kezdő pontját az  $F$  nyílásba, vagy annak legközelebbi szomszédságába, akkor:

$$\varrho_0^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2;$$

$$\varrho_1^2 = (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2;$$

$$\text{és } \frac{\partial \varrho_0}{\partial n} = \cos(\varrho_0 x) \cos(nx) + \cos(\varrho_0 y) \cos(ny) + \cos(\varrho_0 z) \cos(nz);$$

$$\frac{\partial \varrho_1}{\partial n} = \cos(\varrho_1 x) \cos(nx) + \cos(\varrho_1 y) \cos(ny) + \cos(\varrho_1 z) \cos(nz).$$

Ez utóbbi kifejezésekben sík nyílásoknál a normalis iránya minden  $dF$  elemben ugyanaz, és  $\cos(\varrho_0 x) = \frac{\partial \varrho_0}{\partial x_0} = \frac{x_0 - x}{\varrho_0}$  stb.;

$\cos(\varrho_1 x) = -\frac{\partial \varrho_1}{\partial x_1} = -\frac{x_1 - x}{\varrho_1}$  stb.; hol  $x_0 - x$ ,  $x_1 - x$  a  $\varrho_0$ ,  $\varrho_1$  távolokkal egyenrangú mennyiségek, míg  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , a  $dF$  elem összrendezői ezek irányában igen csekélyek.

E körülményeket szem előtt tartva, az  $u_0 v_0 w_0$  képzéséhez szükséges  $\frac{\partial \psi_0}{\partial x_0}$  stb. függvények számításánál elegendő, ha írjuk:

$$4\pi \frac{\partial \psi_0}{\partial x_0} = -\frac{2k}{\varrho_0 \varrho_1} \frac{\partial(\varrho_0 - \varrho_1)}{\partial n} k \frac{\partial \varrho_0}{\partial x_0} \int \cos(2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(\varrho_0 + \varrho_1)) dF.$$

A többi tagok ugyanis oly mértékben *kisebbség* a felírt tagnál, mint  $\frac{1}{\varrho_0}$  kisebb a  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  értéknél és ezért joggal elhagyhatók.

De áll általánosságban  $\cos \alpha = -\sin(\alpha - \pi/2)$ , és így ha írjuk:

$$4\pi \psi_0 \frac{\partial \psi_0}{\partial x_0} = \frac{2k}{\varrho_0 \varrho_1} \frac{\partial(\varrho_0 - \varrho_1)}{\partial n} \int \sin[2\pi \frac{t}{T} + (\delta - \pi/2) - k(\varrho_0 + \varrho_1)] dF;$$

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial x_0} = (k \frac{\partial \varrho_0}{\partial x_0}) \cdot \psi_0 \dots \dots \dots 19.$$

E kifejezés csak kevésbé különbözik a hullámfüggvény alakjától, 18. egyenlet; nevezetesen, ha  $\psi_0$  integrálja ismeretes, ebben csak  $(\delta - \pi/2)$ -t kell tennünk  $\delta$  helyébe, hogy a  $\psi_0$  differenciál-hányadosában fellépő integrált minden számítás nélkül nyerjük; ezenkívül még  $k \frac{\partial \psi_0}{\partial x_0}$  stb. együttthatók járulnak  $\psi_0$  értékéhez.

*Jegyzet:* A kísérleti részben közölt kísérleteknél a beeső s ennél fogva az elhajlott fény is a beeső síkhoz párhuzamosan vagy merőlegesen polározott volt.

Tegyük, hogy a fény beesésének síkja, mely az elhajlás jelenségei létesítésénél a vonalozás irányára merőleges, az  $XZ$  sík, tehát ez elhajlás jelensége is e síkban fekszik és az  $y_0$  összerendező véges értékeire a  $\psi_0$  elenyésző csekély. Ekkor,  $q_0^2 = (x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2$ , hol  $xyz$  (32. l.) továbbá  $y_0$  igen csekély az  $x_0$  és  $z_0$ -hoz képest, és a fent, a) alatt felhozott kitérés-csoport a beesés síkjához párhuzamos rezgést jelent, melynek összetevői:

$$a) u_0 = \frac{\partial \psi_0}{\partial z_0} = k \frac{z_0}{q_0} \psi_0 (\delta - \pi/2); v_0 = 0;$$

$$w_0 = -\frac{\partial \psi_0}{\partial x_0} = -k \frac{x_0}{q_0} \psi_0 (\delta - \pi/2)$$

az eredő mozgás:

$$(u_0^2 + w_0^2)^{1/2} = \pm k \psi_0 (\delta - \pi/2) \dots \dots \dots 19_a,$$

Ellenben a fentebbi (32. l.) b) alatt említett kitérés-csoport a beeső síkra merőleges, tehát a vonalozás irányával párhuzamos rezgés, melynek összetevői:

$$b) u_0 = 0; v_0 = \left\{ \left( \frac{\partial \psi_0}{\partial x_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial \psi_0}{\partial z_0} \right)^2 \right\}^{1/2} = \pm k \psi_0 (\delta - \pi/2); w_0 = 0$$

az eredő mozgás:

$$v_0 = \pm k \psi_0 (\delta - \pi/2) \dots \dots \dots 19_b,$$

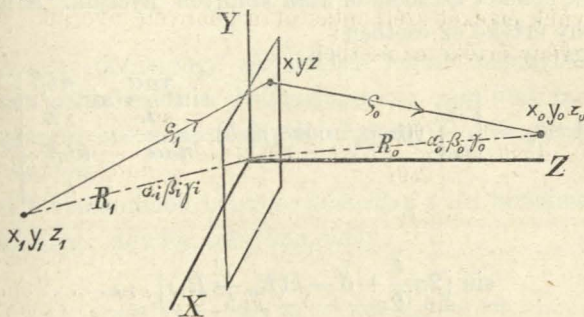
Látjuk tehát, hogy a kísérlet mindkét csoportjában a mozgás amplitudja  $k$ -szor nagyobb a hullámfüggvény amplitudjánál. A 19<sub>a</sub> és 19<sub>b</sub>-ből kitűnik, hogy e kísérlet két esetében teljesen



elegendő a hullámfüggvény ismerete arra nézve, hogy belőle közvetlenül nyerjük a rezgés amplitudját és fázisát.

#### 4. Alkalmazás közönséges optikai rácsokra.

Válasszuk az  $F$  nyílást derékszögű négyszög alakúnak,  $a$  hosszúság- és  $b$  szélességgel; az  $X$  és  $Y$  tengelyt ez oldalakkal, a  $Z$  tengelyt a nyílás síkjára és a  $\tau$  tér belsejébe emelt norma-



9. ábra.

lissal párhuzamosaknak és végre a tengelyrendszer kezdőpontját a nyílás központjával összeesőnek.

A kezdőpont távolsága az  $(x_1y_1z_1)$  és az  $(x_0y_0z_0)$  pontoktól:

$$R_1^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2; \quad R_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2;$$

ezen távolságok irányszögeire nézve áll:

$$\cos \alpha_1 = -\frac{x_1}{R_1}; \quad \cos \beta_1 = -\frac{y_1}{R_1}; \quad \cos \gamma_1 = -\frac{z_1}{R_1};$$

$$\cos \alpha_0 = +\frac{x_0}{R_0}; \quad \cos \beta_0 = +\frac{y_0}{R_0}; \quad \cos \gamma_0 = +\frac{z_0}{R_0}.$$

A  $dF = dxdy$  felületi elem összrendezői  $x, y, o$ ; ennek távolságai az  $(x_1y_1z_1)$  és az  $(x_0y_0z_0)$  pontoktól:

$$\varrho_1^2 = x_1^2 - 2x_1x + x^2 + y_1^2 - 2y_1y + y^2 + z_1^2;$$

$$\varrho_0^2 = x_0^2 - 2x_0x + x^2 + y_0^2 - 2y_0y + y^2 + z_0^2.$$

Elhagyva az  $x, y$  mennyiségek négyzeteit, első közelítésben a gyökfejtés után írható:

$$\varrho_1 = R_1 + x \cos \alpha_1 + y \cos \beta_1; \quad \varrho_0 = R_0 - x \cos \alpha_0 - y \cos \beta_0.$$

Rövidség kedvéért téve

$$\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0 = \alpha; \quad \cos \beta_1 - \cos \beta_0 = \beta,$$

a  $\psi_0$ -ban (18. egyenlet), fellépő integrál:

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} dy \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \sin [2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(R_0 + R_1) - k(ax + \beta y)] dx,$$

melynek értékét szétbontás után könnyen nyerjük. A hullámfüggvény értéke ez esetben:

$$4\pi\psi_0 = \left[ \frac{\mathfrak{A}k}{\varrho_0\varrho_1} (\cos \varepsilon_0 - \cos \varepsilon_1)(ab) \frac{\sin \frac{\pi a\alpha}{\lambda}}{\frac{\pi a\alpha}{\lambda}} \cdot \frac{\sin \frac{\pi b\beta}{\lambda}}{\frac{\pi b\beta}{\lambda}} \right] \times$$

$$\sin [2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(R_0 + R_1)] \dots\dots\dots 20.$$

Optikai rácsok esetében, midőn  $n$  számú ily összevágó nyílás egyenlő közökben létezik egymás mellett, melyek központjai pl. az  $X$  tengelyen fekszenek, minden egyes nyílás ily amplitudú hullámfüggvénnyel bír, de más a fázisa. Ugyanis az  $(M+1)$ -ik nyílás központjának összközpontja  $x = Md$ ;  $y = 0$ ;  $z = 0$ ; ha  $d$  két nyílás központjának távolsága egymástól; ezen  $(M+1)$ -ik központ távolsága az  $(x_1y_1z_1)$  és az  $(x_0y_0z_0)$  pontoktól:

$$R_1^{(M)} = R_1 + Md \cos \alpha_1; R_0^{(M)} = R_0 - Md \cos \alpha_0,$$

gy tehát minden következő nyílás hullámfüggvénye az előbbi-től csak  $-kd\alpha = -\eta$  fázissal különbözik.

Az egyes nyílásokhoz tartozó függvények összegezéséből eredő hullámfüggvényt  $\Psi_0$ -al jelölve, ez az ismeretes

$$s = \sin e + \sin (e-\eta) + \sin (e-2\eta) + \dots$$

$$+ \sin [e - (n-1)\eta] = \sin [e - \frac{n-1}{2}\eta] \frac{\sin \frac{n\eta}{2}}{\sin \frac{\eta}{2}}$$

sor alapján azonnal lesz



$$4\pi\Psi_0 = \left[ \frac{\Re k}{\varrho_0 \varrho_1} (\cos \varepsilon_0 - \cos \varepsilon_1) (ab) \frac{\sin \frac{\pi a \alpha}{\lambda}}{\frac{\pi a \alpha}{\lambda}} \cdot \frac{\sin \frac{\pi n d \cdot \alpha}{\lambda}}{\sin \frac{\pi d \cdot \alpha}{\lambda}} \cdot \frac{\sin \frac{\pi b \beta}{\lambda}}{\frac{\pi b \beta}{\lambda}} \right] \times$$

$$\sin \left[ 2\pi \frac{t}{T} - k(R_0 + R_1 + \frac{n-1}{2} \frac{d \cdot \alpha}{\lambda}) \right] \dots \dots \dots 21.$$

A nagy derékszögű zárjelekben foglalt mennyiséget alkalmasan nevezhetjük a *hullámfüggvény amplitudjának*; az eredő mozgás intenzitása ennek négyzetével arányos (19<sub>a</sub> és 19<sub>b</sub> egyenletek).

A főmaximumok helyzete *kizárólag* a *d*-t tartalmazó tényezőtől függ; minden irányban, mely

$$\frac{\pi d}{\lambda} \alpha = \frac{\pi d}{\lambda} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) = \nu \pi \dots \dots \dots 22$$

egyenletnek felel meg, ily maximum lép fel, mert ekkor a nevezett tényező értéke *n*. Ez egyenlet, a kísérleti részben adott 13. tábla értelmében, a használt szűkközű rácsokra nézve, azon esetben, midőn a beesés síkja az XZ-sík, a tényleg tett észlelésekkel megegyezőnek vehető.

Ebből következtetjük, hogy ezen elhajlott fény mozgása az *n* számú egyes nyílásokból eredő egyenlő intenzitású rezgéseknek az interferencia szabályai szerint történő összetételéből keletkezik.

A jelenség legegyszerűbb esete, ha a beeső nyaláb merőleges az XY síkra, azaz a rács síkjára; ekkor  $\alpha_1 = \beta_1 = \pi/2$  és marad  $\alpha = -\cos \alpha_0$ ,  $\beta = -\cos \beta_0$ ; tehát a hullámfüggvény amplitudja  $\alpha_0$  és  $\beta_0$  előjelétől *nem* függ s az elhajlott fény intenzitása az XZ síkra nézve szymmetrikus, s egyenlő pozitív és negatív elhajló szögekre nézve szintén egyenlő.

De a kísérleti részben adott 3—6, 9—12 táblák legalsóbb vízszintes sorai minden kétséget kizáró módon mutatják, hogy az észlelések még e legegyszerűbb esetben is, legnagyobb mértékben térnek el ezen elméleti következtetéstől, úgy, hogy a megegyeztetés az épen követett úton lehetetlen.

E fontos tapasztalat tehát arra utal, hogy amaz egyszerű

föltevések, melyeket az  $F$  nyílás felületében történő mozgásokra nézve tettünk, (15. egyenlet), s melyek szerint az  $F$  nyílás minden pontja úgy rezeg, mintha határtalan rugalmas közeghez tartoznék, nem felelnek meg a valóságnak.

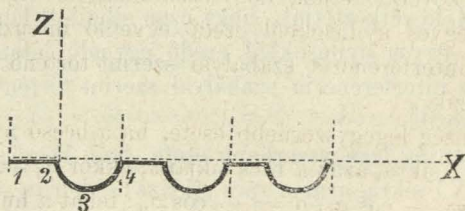
Elméleti megfontolásainknak tehát célul kell kitűznünk: felkeresni az  $F$  nyílás felületén lévő pontok azon lehetséges mozgását, melyből a főmaximumoknak észlelhető intenzitás- és fázis-viszonyai következtethetők.

### 5. Az optikai rácsok általánosabb elmélete.

#### a) A hullámfüggvény és a kitérések általánosabb kifejezése.

Kiinduló pontunk a 14. egyenlet. Ez meghatározza az elhajlott mozgás hullámfüggvényét, ha az elhajló nyíláson átfektetett  $F$  képzeleti felület minden pontjára nézve a  $\psi'$ ,  $\psi''$ ,  $\frac{\partial \psi'}{\partial n}$ ,  $\frac{\partial \psi''}{\partial n}$  függvények ismeretesek, és az egész, figyelembe vett  $\tau$  térben a 4. hullámegyenletek (25. l.) érvényesek.

A rács fölülete a vonalozás által keskeny visszaverő vagy átbocsátó szalagból és mellette lévő barázdából álló rendkívül számos közre osztatik. Ily köz keresztmetszete pl. az 1234 görbe által adassék, 10. ábra; a köz határa a két egyenes vonal, melynek metszete az 1. és 4. pont.



10. ábra.

Nem tudjuk, vajjon az 12 fölületi rész egészen sík és sima-e vagy sem, nem ismerjük a barázda 234 keresztmetszetének alakját; mindazonáltal a 17. egyenlet értelmében az elhajlott mozgás teljesen ismeretes, ha az  $F$  fölületen lévő pontok mozgásállapota adva van és a 4. egyenletek érvényesek. Az  $F$  fölület pedig ama feltétlen vanalávetve, hogy kerülete összeesik a mozgást át nem bocsátó ernyő nyílásának kerületével; különben az  $F$  alakja tetszőleges lehet.



Válaszszuk tehát (10. ábra) az 14 sík fölületet  $F'$  gyanánt, mely egyszersmind összeessék az  $XY$ -síkkal, és vegyük a rajta lévő rezgő pontok mozgását általán olyannak, melynek amplitudja és fázisa helyről helyre változik. Ezen, egyelőre ismeretlen módon rezgő pontok mozgásáról csak annyit mondhatunk, hogy minden pont, mely a vonalozás irányával párhuzamos egy egyenesen fekszik, egyenlő amplituddal rezeg; a nevezett változás csak az  $x$  összerendező függvénye lehet.

Irjuk tehát a  $\psi'$  és  $\psi''$  hullámfüggvényeknek a  $dF = dx dy$  fölületi elemen való értékei helyébe (l. a 15. egyenletet):

$$\left. \begin{aligned} \psi' &= \frac{\Re}{q_1} f_1(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x) \cos \left[ 2\pi \frac{t}{T} - k q_1 + g_1(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x) \right] \\ \psi'' &= \frac{\Re}{q_1} f_1(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x) \sin \left[ 2\pi \frac{t}{T} - k q_1 + g_1(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x) \right] \end{aligned} \right\} \dots 23.$$

Ezen egyenletek általánosságban *nem felelnek meg a 4. egyenletnek*, melyek végtelen kiterjedésű ruganyos közegekre érvényesek; mindazonáltal jogosítva vagyunk ily általános feltevést tenni, mivel ily rendkívül szűkközű rácsok keskeny szalagjain és barázdáin történő mozgásokról legkevésbé sem várhatjuk, hogy ugyanazon egyenleteknek feleljenek meg, mint a végtelen kiterjedésű közegben végbemenők.

Az  $f_1(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)$  és  $g_1(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)$  függvények az amplitud és a fázis függését a beesés irányától és  $x$ -től adják; csak ama feltétlenek vannak alávetve, hogy végesek és folytonosak legyenek, egy követelés, mely teljesen jogosult és megegyező a folytonosság tapasztalati szabályával.

Mielőtt tovább megyünk, ama kérdést kell tisztába hoznunk, vajjon szabad-e a Green-féle tételnek a 6. egyenletben adott alakját, melyből a 14. egyenlet következik, még azon esetben is alkalmaznunk, midőn a  $\varphi$  és  $\psi$  függvények a  $\tau$  térnek egy részében nem felelnek meg a  $\Delta^2 \varphi + k^2 \varphi = 0$  és  $\Delta^2 \psi + k^2 \psi = 0$  hullámegyenleteknek?

Erre nézve következő megfontolások a döntők: a) a  $\psi'$  és  $\psi''$ -nek 23. kifejezésekben adott értékei úgy tekintendők, mint az  $(x_1, y_1, z_1)$ -pontból induló közönséges gömbhullámok függvényei, melyek alakja 15. kifejezésekben volt adva; ezek az egész térben, kivéve az  $F'$ -fölület szomszédos részeit, megfe-



lelnek a hullámegyenletnek. *b)* A nyílás  $F$  felületéhez érve, e mozgás amplitud és fázisváltozást szenved, de e változás csak egy igen vékony rétegben áll elő.

Ezen, tapasztalat szerint csak kevés hullámhossznyi vastagsággal bíró réteg belsejében, melyben  $\varphi$  és  $\psi$  a 4. hullámegyenletnek nem felel meg, legyen  $F$  képzeleti fölületünk. Ekkor a 6. egyenlet bal, illetve jobb oldalához következő tag járul:

$$f\varphi (\Delta^2\psi + k^2\psi) d\tau, \text{ illetve: } f\psi (\Delta^2\varphi + k^2\varphi) d\tau$$

s az integrálás a nevezett rétegnek  $\tau$  téren belül fekvő részére terjed.  $\Lambda (\Delta^2\psi + k^2\psi)$  és  $(\Delta^2\varphi + k^2\varphi)$  az összendezők függvényei. Mivel a térbeli integrálok csak ily, néhány  $\lambda$  vastagságú térre vonatkoznak, értékük általánosságban  $\lambda$ -val arányos, míg a 6. egyenlet felületi integráljai:  $f\varphi \frac{\partial\psi}{\partial n} dF$  és  $f\psi \frac{\partial\varphi}{\partial n} dF$  arányosak a  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  igen nagy mennyiséggel. E szerint a térbeli integrálok értéke általánosságban elenyésző a fölületi integrálok értékéhez.

Szabad tehát Green tételének egyszerűsített alakját ez esetben is teljesen kielégítő közelítéssel alkalmaznunk; s miután a 23. kifejezések szerint a  $\psi', \psi''; \frac{\partial\psi'}{\partial n}, \frac{\partial\psi''}{\partial n}$  függvények az  $F$  minden elemére nézve adott mennyiségeknek tekinthetők, ezek azonnal a 14. egyenletbe helyettesíthetők.

Nyerjük tehát beeső párhuzamos nyaláb és elhajlott párhuzamos nyalábok esetére (az ú. n. Fraunhofer-féle jelenségekre) a másodrendű tagok elhagyásával a 14. egyenletből:

$$4\pi\psi_0 = \frac{ik}{\varrho_0\varrho_1} \frac{\partial(\varrho_0 - \varrho_1)}{\partial n} \iint f(\alpha_1\beta_1\gamma_1, x) \sin \left[ 2\pi \frac{t}{T} + \delta - \right. \\ \left. - k(\varrho_0 + \varrho_1) + g(\alpha_1\beta_1\gamma_1, x) \right] dx dy \dots\dots\dots 24,$$

hol az  $f_1, g_1$  és az  $f, g$  függvények összefüggése

$$\left. \begin{aligned} kf_1 \frac{\partial(\varrho_0 - \varrho_1)}{\partial n} + f_1 \frac{\partial g_1}{\partial n} &= kf \frac{\partial(\varrho_0 - \varrho_1)}{\partial n} \cos(g - g_1) \\ \frac{\partial f_1}{\partial n} &= kf \frac{\partial(\varrho_0 - \varrho_1)}{\partial n} \sin(g - g_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 24_a.$$

egyenletek által adatik.

Az így meghatározott  $\psi_0$  hullámfüggvény az  $(x_0 y_0 z_0)$



térbeli pontban a 4. hullámegyenletnek megfelel, végtelen kicsiny mennyiségek elhanyagolásával.

E hullámfüggvényből az 3.b. alatt tárgyalt módon (33. l.) történik az  $u_0 v_0 w_0$  kitérések képzése; az erre vonatkozó 19<sub>a</sub> és 19<sub>b</sub> egyenletek (34. l.) ezen általánosabb kifejtésben is teljesen megtartják érvényességöket.

#### b) A hullámfüggvény kiszámítása.

Az integrálás eszközlése céljából írjuk a 4. alatt talált értéket (35. l.):

$$q_0 + q_1 = R_0 + R_1 + x\alpha + y\beta.$$

A 24. kifejezést  $y$  szerint azonnal  $+\frac{b}{2}$  és  $-\frac{b}{2}$  határok között integrálva, lesz:

$$4\pi\psi_0 = \frac{2k}{q_0 q_1} \cdot \frac{\partial(q_0 - q_1)}{\partial n} \cdot b \frac{\sin \frac{\pi b \beta}{\lambda}}{\frac{\pi b \beta}{\lambda}} \times$$

$$\begin{aligned} & + d|_2 \\ & \int_{-d|_2}^{+d|_2} f(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x) \cos \left[ 2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(R_0 + R_1) - \right. \\ & \left. - kx(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) + g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x) \right] dx \dots \dots \dots 25. \end{aligned}$$

Írjuk rövidség kedvéért

$$\left[ 2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(R_0 + R_1) \right] = p; \cos \alpha_1 - \cos \alpha_0 = \alpha;$$

akkor az integrál alatt lévő mennyiség széthontása után a keresett integrál:

$$\begin{aligned} & \cos p \left\{ f(\dots) \cos g(\dots) \cos(kx\alpha) dx + \right. \\ & \quad \left. + f(\dots) \sin g(\dots) \sin(kx\alpha) dx \right\} \\ & + \sin p \left\{ f(\dots) \cos g(\dots) \sin(kx\alpha) dx - \right. \\ & \quad \left. - f(\dots) \sin g(\dots) \cos(kx\alpha) dx \right\} \dots \dots 26. \end{aligned}$$

Nem ismerjük sem az  $f(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)$ , sem a  $g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)$  függvényt, és így az integrálás közvetlenül nem hajtható végre.

De annyit tudunk, hogy a jelenség természeténél fogva a mozgás amplitudja az  $F$  felület bármely pontjában, és így a

kitérések és maga a  $\psi'$  és  $\psi''$ , és  $\frac{\partial \psi'}{\partial n}$  s  $\frac{\partial \psi''}{\partial n}$  is, minden  $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$  elhajlás irányára és minden összrendezőre nézve, *véges és egyértékű* mennyiség; tehát a 26. integrálok alatt álló mennyiségek szintén e tulajdonnal bírnak.

Ilyenmű függvényeket különböző általános módon állíthatni elő; válaszszuk e különböző kifejtési módok közül azt, mely a 26-ban jelzett integrálást könnyen kivihetővé teszi.

A függvények kifejezésének egyik legegyszerűbb módja a közönséges Fourier-féle sor.

Vezessünk be

$$z = \frac{2\pi}{d} x \dots\dots\dots 27$$

új változót; ennek határai:  $+\pi$  és  $-\pi$  lesznek, mivel  $x$  határai:  $+\frac{d}{2}$  és  $-\frac{d}{2}$ ; szabad tehát írunk:

$$\begin{aligned} f(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, \frac{d}{2\pi} z) \cos [g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, \frac{d}{2\pi} z)] = & \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} b_0 + b_1 \cos z + \dots + b_m \cos mz + \dots \\ & + a_1 \sin z + \dots + a_m \sin mz + \dots \end{aligned} \right\} \\ & \dots\dots\dots 28. \\ f(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, \frac{d}{2\pi} z) \sin [g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, \frac{d}{2\pi} z)] = & \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{2} d_0 + d_1 \cos z + \dots + d_m \cos mz + \dots \\ & + c_1 \sin z + \dots + c_m \sin mz + \dots \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

A felírt  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  együtthatók általában a beesés irányának,  $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ -nek függvényei.

A 28.sorok helyetteszése a 26. kifejezést következő négy tipikus integrálra vezeti vissza:

$$\begin{aligned} \int \cos(\frac{d}{\lambda} z \alpha) \cos(mz) dz &= \frac{1}{2} \int [\cos(\frac{d}{\lambda} \alpha + m)z + \\ &+ \cos(\frac{d}{\lambda} \alpha - m)z] dz. \\ \int \sin(\frac{d}{\lambda} z \alpha) \sin(mz) dz &= -\frac{1}{2} \int [\cos(\frac{d}{\lambda} \alpha + m)z - \\ &- \cos(\frac{d}{\lambda} \alpha - m)z] dz. \end{aligned}$$



$$\int \cos \left( \frac{d}{\lambda} z \alpha \right) \sin (mz) dz = \frac{1}{2} \int \left[ \sin \left( \frac{d}{\lambda} \alpha + m \right) z - \right. \\ \left. - \sin \left( \frac{d}{\lambda} \alpha - m \right) z \right] dz.$$

$$\int \sin \left( \frac{d}{\lambda} z \alpha \right) \cos (mz) dz = \frac{1}{2} \int \left[ \sin \left( \frac{d}{\lambda} \alpha + m \right) z + \right. \\ \left. + \sin \left( \frac{d}{\lambda} \alpha - m \right) z \right] dz.$$

Ha most az egyenletek jobb részét  $+\pi$  és  $-\pi$  határok között integráljuk, nyerjük:

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \cos \left( \frac{d}{\lambda} z \alpha \right) \cos (mz) dz = \frac{2 \sin \pi \left( \frac{d}{\lambda} \alpha + m \right)}{2 \left( \frac{d}{\lambda} \alpha + m \right)} +$$

$$+ \frac{2 \sin \pi \left( \frac{d}{\lambda} \alpha - m \right)}{2 \left( \frac{d}{\lambda} \alpha - m \right)} = + \frac{2 \left( \frac{d}{\lambda} \alpha \right) \sin \left( \frac{\pi d}{\lambda} \alpha \right)}{\left( \frac{d}{\lambda} \alpha \right)^2 - m^2}.$$

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \sin \left( \frac{d}{\lambda} z \alpha \right) \sin (mz) dz = - \frac{2 \sin \pi \left( \frac{d}{\lambda} \alpha + m \right)}{2 \left( \frac{d}{\lambda} \alpha + m \right)} +$$

$$+ \frac{\sin 2 \pi \left( \frac{d}{\lambda} \alpha - m \right)}{2 \left( \frac{d}{\lambda} \alpha - m \right)} = \mp \frac{2 m \sin \left( \frac{\pi d}{\lambda} \alpha \right)}{\left( \frac{d}{\lambda} \alpha \right)^2 - m^2}.$$

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \cos \left( \frac{d}{\lambda} z \alpha \right) \sin (mz) dz = 0; \int_{-\pi}^{+\pi} \sin \left( \frac{d}{\lambda} z \alpha \right) \cos (mz) dz = 0.$$

A felső két egyenlet rövid alakba hozható, mikor  $m$  akár pozitív, akár negatív egész szám; ekkor  $\sin \pi \left( \frac{d}{\lambda} \alpha + m \right) = \sin \pi \left( \frac{d}{\lambda} \alpha - m \right) = \mp \sin \left( \frac{\pi d}{\lambda} \alpha \right)$ ; a *felső* jel páratlan, az *alsó* páros  $m$  értékekre vonatkozik.

Helyetteszve ezen értékeket a 26. kifejezés integráljaiba, ezek következő alakot öltenek :

$$\begin{aligned}
 & \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} f(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x) \cos [g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)] \cos (kx\alpha) dx = \\
 & = \left\{ \frac{\frac{1}{2}b_0}{(\frac{d}{\lambda}\alpha)^2} - \sum_1^{\infty} \frac{b_{2m-1}}{(\frac{d}{\lambda}\alpha)^2 - (2m-1)^2} + \sum_1^{\infty} \frac{b_{2m}}{(\frac{d}{\lambda}\alpha)^2 - (2m)^2} \right\} \times \\
 & \quad d \cdot \frac{1}{\pi} \left( \frac{d}{\lambda} \alpha \right) \sin \left( \frac{\pi d}{\lambda} \alpha \right) = B.d
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} f(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x) \sin [g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)] \sin (kx\alpha) dx = \\
 & = - \left\{ \sum_1^{\infty} \frac{(2m-1) c_{2m-1}}{(\frac{d}{\lambda}\alpha)^2 - (2m-1)^2} - \sum_1^{\infty} \frac{2m c_{2m}}{(\frac{d}{\lambda}\alpha)^2 - (2m)^2} \right\} \times \\
 & \quad d \cdot \frac{1}{\pi} \sin \left( \frac{\pi d}{\lambda} \alpha \right) = C.d
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} f(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x) \cos [g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)] \sin (kx\alpha) dx = \\
 & = - \left\{ \sum_1^{\infty} \frac{(2m-1) a_{2m-1}}{(\frac{d}{\lambda}\alpha)^2 - (2m-1)^2} - \sum_1^{\infty} \frac{2m a_{2m}}{(\frac{d}{\lambda}\alpha)^2 - (2m)^2} \right\} \times \\
 & \quad d \cdot \frac{1}{\pi} \sin \left( \frac{\pi d}{\lambda} \alpha \right) = A.d
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} f(\alpha_1 \beta_2 \gamma_1, x) \sin [g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)] \cos (kx\alpha) dx = \\
 & = \left\{ \frac{\frac{1}{2}d_0}{(\frac{d}{\lambda}\alpha)^2} - \sum_1^{\infty} \frac{d_{2m-1}}{(\frac{d}{\lambda}\alpha)^2 - (2m-1)^2} + \sum_1^{\infty} \frac{d_{2m}}{(\frac{d}{\lambda}\alpha)^2 - (2m)^2} \right\} \times \\
 & \quad d \cdot \frac{1}{\pi} \left( \frac{d}{\lambda} \alpha \right) \sin \left( \frac{\pi d}{\lambda} \alpha \right) = D.d
 \end{aligned}$$

29.



Így tehát az integrálás lehetővé vált és az  $A, B, C, D$  mennyiségek az  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  iránynak és az  $\alpha = \cos \alpha_1 - \cos \alpha_0$  különbségnek függvényei.

Ezek közül (l. a 29. egyenletek jobb oldalait)  $B$  és  $D$  az  $\alpha$  előjelétől függetlenek, de az  $A$  és  $C$  az  $\alpha$ -val változtatja előjelét.

Az  $A, B, C, D$  együtthatók az  $\alpha$ -nak *folytonos* függvényei, még akkor is, midőn a főmaximumoknak megfelelőleg

(22. egyenlet)  $\pi \frac{d}{\lambda} \alpha = \pm \nu \pi$ ; ez esetekben, mint ezt később

(54. l.) kimutatjuk, ez együtthatók kifejezéseiből csak egy-egy tag marad meg.

A 26. kifejezést ezek szerint írhatjuk:

$$d \cdot [(B + C) \cos p + (A - D) \sin p].$$

Vezessünk be  $E$  és  $\chi$  új mennyiségeket úgy, hogy:

$$\left. \begin{aligned} B + C &= E \sin \chi \\ A - D &= E \cos \chi \end{aligned} \right\}; \quad \operatorname{tg} \chi = \frac{B + C}{A - D}; \quad E^2 = (B + C)^2 + (A - D)^2. \quad 30$$

A 26. kifejezés  $d \cdot E \sin(p + \chi)$ , és ebből a 25. egyenlet:

$$4\pi \psi_0 = \frac{\mathfrak{A}k}{\varrho_0 \varrho_1} \cdot (\cos \varepsilon_0 - \cos \varepsilon_1) (b \cdot d) \frac{\sin \frac{\pi b \beta}{\lambda}}{\frac{\pi b \beta}{\lambda}} \times$$

$$E \sin \left[ 2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(R_0 + R_1) + \chi \right] \dots \dots \dots 31.$$

Midőn  $n$  számú ily  $d$  szélességű és  $b$  magasságú közből álló rácsnak megfelelő hullámfüggvényt,  $\Psi_0$ -t keressük, ezt a 4. alatt említett összegezési módszer alapján azonnal nyerjük:

$$4\pi \Psi_0 = \frac{\mathfrak{A}k}{\varrho_0 \varrho_1} (\cos \varepsilon_0 - \cos \varepsilon_1) (b \cdot d) \frac{\sin \frac{\pi b \beta}{\lambda}}{\frac{\pi b \beta}{\lambda}} \cdot \frac{\sin \frac{\pi n d}{\lambda} \alpha}{\sin \frac{\pi d}{\lambda} \alpha} \times$$

$$E \sin \left[ 2\pi \frac{t}{T} + \delta - k(R_0 - R_1) + \chi - \frac{(n-1)\pi d}{\lambda} \alpha \right] \dots 32.$$

E függvényből ismeretes módon (33. és 34. l.) az  $u_0 v_0 w_0$  kitérések képezhetők.

A 32. egyenlet megadja a hullámfüggvény értékét az  $(x_0 y_0 z_0)$  térbeli pontra nézve, midőn a mozgás eredetileg az  $(x_1 y_1 z_1)$  pontból indul ki. Azonban valóságban nem létezhetik pontszerű fényforrás, azaz végtelen kis kiterjedésű, a rezgés központja gyanánt tekinthető tér, mert ebben a rezgés amplitudijához véges arányban álló  $\frac{\mathfrak{A}}{Q}$  mennyiség végtelen nagy lenne, a mi képtelenség; hanem ellenkezőleg, a világító test minden térfogati vagy felületi eleme önálló rezgés központja gyanánt tekintendő, mely rezgés a szomszédos elemek rezgésével ugyanazon periodussal, színnel, amplituddal birhat ugyan, de fázisuk általában nem egyenlő s nem egyenlően változik az időben; szóval, e rezgések nem kohärens rezgések. E körülmény a  $\Psi_0$  hullámfüggvény amplitudijára befolyással van.

Az első részben tárgyalt kísérletek alkalmával  $D_1$  derékszögű négyyszög nyílás tekintendő fényforrás gyanánt; a nyílás szélessége legyen  $a$ , magassága  $b$ . A fény  $e$  kicsiny, de a hullámhossznál több ezerszerre nagyobb méretű nyílás minden eleméből indul ki, az első kollimátor lencséjére esik, onnan párhuzamos nyaláb alakjában lép ki és a rács által elhajlást szenved. Vizsgáljuk a  $D_1$ -ből származó  $\Psi_0$  értékét az  $(x_0 y_0 z_0)$  pontban.

## 6. A fényforrás véges kiterjedésének befolyása az elhajlott fényre.

A fényforrás  $(da db)$  felületi eleméből kiinduló gömbhullám hullámfüggvénye  $q_1$  távolban, mely egyszersmind az első kollimátorlencse gyutáva legyen,  $\frac{\mathfrak{A}_1}{Q_1} (da db)^{1/2}$  amplituddal bir. A lencsén áthatolt mozgás csak a lencse fölületén való visszaverődés és a lencse anyagának absorpcziója következtében szenved gyengülést, mely gyengülés azonban közös minden,  $(da db)$  elemekből jövő mozgásra, úgy, hogy egyszerűség kedvéért az abból eredő együtthatót  $\mathfrak{A}_1$ -ben tartalmazottnak vesszük. Ennélfogva az  $(x_1 y_1 z_1)$  helyzetű és végtelen kicsiny  $(da db)$  elemből induló és a rácsra eső hullámfüggvény amplitudja:  $\frac{\mathfrak{A}_1 (da db)^{1/2}}{Q_1} = \frac{\mathfrak{A}}{Q_1}$ ; ily



amplituddal bíró hullámfüggvényből indultunk ki elméleti tárgyalásaink kezdetén (15. egyenlet).

### a) A főmaximum-képek intenzitása az elhajlott fényben.

Minden ilyen  $(da db)$  elemből kibocsátott mozgás az elhajlás után az  $(x_0 y_0 z_0)$  pontban egy  $\Psi_0$  hullámfüggvényt szül, melynek tipikus kifejezése a 32. egyenlet. E mozgások azonban nem kohärensek, habár az  $N_2$  nikol (1. ábra) által mind egy és ugyanazon síkban polarizódtak és egymással nem interferálhatnak, azaz, az  $(x_0 y_0 z_0)$  pontban fellépő intenzitás egyenlő az egyes  $(da db)$  elemekből származó s e pontba jövő mozgások intenzitásának algebrai összegével.

Jelen kísérleteinknek megfelelő két esetben az intenzitások és a hullámfüggvények között fennálló összefüggés értelmében (19<sub>a</sub> és 19<sub>b</sub> egyenlet), az intenzitás egyenesen arányos az egyes hullámfüggvények amplitud-négyzetei összegével; ez összeg pedig:

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \frac{q_1^2 k^2}{q_0^2 q_1^2} (\cos \epsilon_0 - \cos \epsilon_1)^2 (bd)^2 \frac{\sin^2 \frac{\pi b}{\lambda} \beta}{(\frac{\pi b}{\lambda} \beta)^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{\pi nd}{\lambda} \alpha}{\sin^2 \frac{\pi d}{\lambda} \alpha} E^2 d\alpha \dots\dots\dots 33.$$

Ez integrál tényleges számítása igen nagy megközelítéssel lehetséges minden reális esetben.

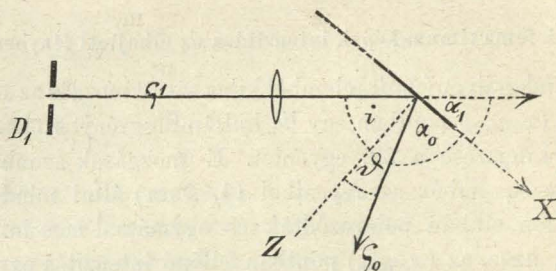
Az első részben tárgyalt kísérleteink alkalmával a fény beesésének síkja merőleges a rács vonalozása irányára, írjuk tehát, 11. ábra:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} - i; \quad \alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \vartheta; \quad \beta_1 = \frac{\pi}{2} - \eta_1; \quad \beta_0 = \frac{\pi}{2} - \eta_0$$

$$\text{tehát:} \quad \alpha = \cos \alpha_1 - \cos \alpha_0 = \sin i - \sin \vartheta; \\ \beta = \cos \beta_1 - \cos \beta_0 = \eta_1 - \eta_0;$$

$i$  a fény beeső szöge,  $\vartheta$  a rács normalisa s az elhajlott nyaláb között bezárt szög; az  $\eta_0$  és  $\eta_1$  szögek igen kicsinyek, s csak

onnan erednek, mert a  $D_1$  nyílásnak az  $Y$  tengelyhez párhuzamos, igen kicsiny mérete van.



11. ábra,

Állandó  $\vartheta$  és  $\eta_0$ , azaz, az elhajlott fénynek bizonyos, meghatározott iránya mellett az  $i$  és  $\eta_1$  csak annyiban változhatik, a mennyiben más meg más ( $da$   $db$ ) elemekhez tartoznak; írjuk:

$$da = \varrho_1 di; db = \varrho_1 d\eta_1; \frac{b}{2} = \eta_1';$$

ezeket helyetteszve, az  $\eta_1$  szerint veendő integrál:

$$\int_{-\eta_1'}^{+\eta_1'} \frac{\sin^2 \frac{\pi b(\eta_1 - \eta_0)}{\lambda}}{\left(\frac{\pi b(\eta_1 - \eta_0)}{\lambda}\right)^2} d\eta_1 = \frac{\lambda}{\pi b} \int \frac{\sin^2 \omega_1}{\omega_1^2} d\omega_1, \text{ hol } \omega_1 = \frac{\pi b}{\lambda} (\eta_1 - \eta_0).$$

A  $b$ , a rács vonalainak magassága, húsz mm.-nél nagyobb,  $\eta_1'$  körülbelül egy fél.fok, tehát az  $\omega_1$  határai  $\pm \omega_1' = \pm \frac{\pi b}{\lambda} \eta_1'$  igen nagyok és minden hiba nélkül  $+\infty$  és  $-\infty$ -nek vehetők, ha  $\eta_0 = 0$ , azaz, ha csak az  $XZ$  síkban fellépő elhajlott fényt vizsgáljuk. Ámde ismeretes, hogy

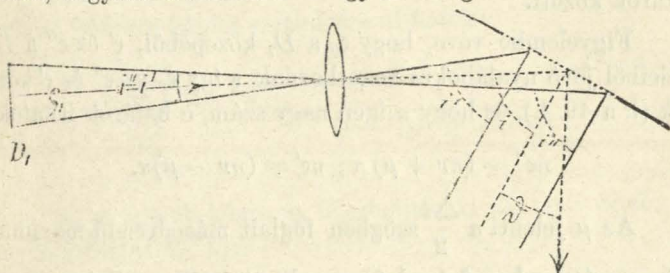
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \omega_1}{\omega_1^2} d\omega_1 = \pi$$

és így a 33. kifejezés:

$$\frac{\eta_1'^2}{\varrho_0^2} k^2 \lambda b d^2 \cdot (\cos \varepsilon_0 - \cos \varepsilon_1)^2 E^2 \int_{i'}^{i''} \frac{\sin^2 \left[ \frac{\pi n d}{\lambda} (\sin i - \sin \vartheta) \right]}{\sin^2 \left[ \frac{\pi d}{\lambda} (\sin i - \sin \vartheta) \right]} di \quad 34.$$



E kifejezésben a  $D_1$  fényforrás a szélessége, 12. ábra:  $a = \varrho_1 \Delta i = \varrho_1 (i'' - i')$ . — A  $\Delta i$  szög a kísérlet folyama alatt állandóan körülbelöl egy negyed fok; ily kicsiny közre nézve, az  $\varepsilon_1$  és az  $E$ -t alkotó  $A, B, C, D$  mennyiségek, melyek  $\frac{d}{\lambda} a$ -tól függenek, igen közelítőleg állandóknak vehetők; végre  $\varepsilon_0$ , a rács normálisa és az elhajlott nyaláb között bezárt szög ezen integrálásra nézve úgyis állandó. Ellenben  $n$ , a rács közeinek száma, nagyobb a tizezernél és így az integ-



12. ábra.

rál alatt álló mennyiség az  $i$  szög igen csekély változásánál már igen nagy értékkülönbségeket mutat fel.

Ez integrál értékét következő úton nyerjük. Irjuk:

$$\frac{\pi d}{\lambda} (\sin i - \sin \vartheta) = e; \quad di = \frac{de}{\cos i} \cdot \frac{\lambda}{\pi d};$$

az  $e$  határai pedig, mivel  $\vartheta$  állandó:

$$\frac{\pi d}{\lambda} (\sin i' - \sin \vartheta) = e'; \quad \frac{\pi d}{\lambda} (\sin i'' - \sin \vartheta) = e''.$$

A keresendő integrál alakja (34. egyenlet):

$$\frac{n\lambda}{\pi d \cos i} \int_{e'}^{e''} \frac{\sin^2 ne}{n^2 \sin^2 e} nde \dots \dots \dots 35.$$

Ez integrál számítását a térnek csak ama részeire nézve fogjuk eszközölni, melyekben a főmaximumok föllépnek; a tér más helyein a kísérlet nem mutatott észrevehető elhajlott fényt (1. a 3. lapot). Legyenek  $\varepsilon_0$  és  $\vartheta_0$  a  $D_1$  diafragma központjából induló sugárnyaláb valamely  $\nu$ -ik főmaximumához tartozó értékek; áll tehát (22. egyenlet):  $\varepsilon_0 = \nu\pi$ ; ezen főmaximum

$$e = \frac{n\nu + 1}{n}\pi \text{ és } e = \frac{n\nu - 1}{n}\pi$$

határok között terjed el, mely határookra nézve az integrál alatt álló mennyiség zéró.

Ellenben egy másodrendű maximum tartalmaztatik az

$$e = \frac{n\nu + 2}{n}\pi \text{ és } e = \frac{n\nu + 1}{n}\pi, \text{ vagy az } e = \frac{n\nu - 1}{n}\pi \text{ és } \frac{n\nu - 2}{n}\pi \text{ stb.}$$

határok között.

Figyelembe véve, hogy  $e_0$  a  $D_1$  közepéből,  $e'$  és  $e''$  a  $D_1$  széleiből jövő nyalábokra vonatkoznak, s így  $e_0$  az  $e''$  és  $e'$  közé esik (l. a 49. l.), és hogy  $n$  igen nagy szám,  $e$  határok írhatók:

$$ne'' = (n\nu + \mu)\pi; \quad ne' = (n\nu - \mu)\pi.$$

Az  $\mu$  jelenti a  $\frac{\Delta i}{2}$  szögben foglalt másodrendű maximumok számát, mely a  $\Delta i$ -nek fenn említett értéke mellett a használt rácsonál mindig kisebb az ötvennél és közelítőleg egész számnak vehető

Következik, hogy

$$\sin^2 e'' = \sin^2 \left( \frac{\mu}{n} \pi \right) \text{ és } \sin^2 e' = \sin^2 \left( \frac{\mu}{n} \pi \right)$$

határértékek igen csekélyek és egymással egyenlők és hogy tehát az integrálás határain belül minden észrevehető hiba nélkül írható:

$$\sin^2 e = (e - \nu\pi)^2.$$

Ha még ezenkívül rövidség kedvéért tesszük  $n(e - \nu\pi) = \omega$ , a keresendő integrál (35. egyenlet):

$$\int_{-\mu\pi}^{+\mu\pi} \frac{\sin^2 \omega}{\omega^2} d\omega.$$

E határozott integrál értékét már más alkalommal\*) számítottam; jelenleg csak néhány értékét írjuk fel, ugyanis

\*) Műegyetemi Lapok II, 1877; Wiedemann's Annalen III. 1878.



$$\frac{2}{\pi} \int \frac{\sin^2 \omega}{\omega^2} d\omega \text{ értéke:}$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 \text{ és } \pi \\ \pi \gg 2\pi \\ 2\pi \gg 3\pi \\ 3\pi \gg 4\pi \\ 4\pi \gg 5\pi \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{hatá-} \\ \text{rok} \\ \text{között} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 0.7917 \\ 0.0471 \\ 0.0165 \\ 0.0083 \\ 0.0050 \end{array} \right\}.$$

A többi, magasabb határok között veendő integrálok következő közelítő képlet szerint számíthatók:

$$\frac{2}{\pi} \int \frac{\sin^2 \omega}{\omega^2} d\omega = \frac{1}{(\mu-1/2)^2 (3.1416)^2}.$$

A  $\mu$  határt könnyen fejezhetjük ki  $\Delta i$  és  $i$  által; áll ugyanis (50. és 49. l.):

$$n e'' - n e' = (\omega'' - \omega') = 2\mu\pi;$$

$$e'' - e' = \frac{\pi d}{\lambda} (\sin i'' - \sin i') = \frac{\pi d}{\lambda} \cos i' \Delta i.$$

Az  $i'$  csak igen kis mértékben különbözik az  $i_0$ -tól, mely a  $D_1$  központjából induló nyaláb beeső szöge; írjuk:

$$2\mu = \frac{n(e'' - e')}{\pi} = \frac{d}{\lambda} n \cos i_0 \Delta i.$$

E kifejezést alkalmasabb alakba hozhatjuk.

Jelzi ugyanis  $n$  ama rácsközök számát, melyre  $i_0$  szög alatt az első kollimátorból kilépő párhuzamos nyaláb esik. A rácszott felület méretei oly nagyok voltak, hogy még a legnagyobb beeső szög, ( $i_0 = 80^\circ$ ) mellett is, e sugárnyaláb egész keresztmetszetében rácszott felületre talált.

Nevezzük  $N$ -nek az állandó keresztmetszetű nyaláb által *merőleges* beesés alatt talált közök számát,  $n$ -nek az  $i_0$  beesésnek megfelelő számot; ekkor  $n \cos i_0 = N$ , és így ered:

$$2\mu = \frac{d}{\lambda} N \Delta i = \text{állandó minden beesés szögére.}$$

Fennebbi kísérleteinknél  $\Delta i = 1:200$ ;  $d:\lambda = 2,45$ ; és  $N$  körülbelül 5000; ezekből  $\mu$  körülbelül 30. — A számítás adja

$$\frac{1}{\pi} \int_{-30\pi}^{+30\pi} \frac{\sin^2 \omega}{\omega^2} d\omega = 0.891.$$

Ez értéket a 35. kifejezésbe téve, lesz:

$$\frac{n\lambda}{d} \cdot \frac{0.891}{\cos i}; \text{ miből, ha } n = \frac{N}{\cos i}, \text{ tétetik, a 34. kifejezés}$$

$$\frac{\mathfrak{A}_1^2}{\varrho_0^2} \lambda^2 k^2 \frac{N(bd)}{\cos^2 i} (\cos \varepsilon_0 - \cos \varepsilon_1)^2 E^2 0.891.$$

Ámde,  $\varepsilon_0$  a pozitív  $\varrho_0$  és a rács normálisa (itt a  $Z$  tengely) által bezárt szög, (11. ábra) tehát,  $\cos \varepsilon_0 = \cos \vartheta$ ; ellenben a  $\varrho_1$  és a  $Z$  tengely között lévő szög (11. ábra),  $\varepsilon_1 = \frac{\pi}{2} + \alpha_1 = \pi - i$ ; tehát  $\cos \varepsilon_1 = -\cos i$ . Ezenkívül az  $E$  amplitud valamely  $\nu$ -ik főmaximumra vonatkozik, s így azt  $\nu$  jelzővel látjuk el; elvégre pedig a beeső sugárnyaláb állandó keresztmetszetének fölülete

$$F = N(bd) \dots \dots \dots 36.$$

Írva  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , a 33. egyenlet lesz:

$$\mathfrak{A}_1^2 \cdot \frac{F}{\varrho_0^2} (2\pi)^2 \left(1 + \frac{\cos \vartheta_\nu}{\cos i}\right)^2 E_\nu^2 0.891 \dots \dots \dots 37.$$

E mennyiséggel egyenesen arányos a  $D_1$  diafragmának az észlelőcsőben, az elhajlott fény  $\nu$ -ik főmaximumában keletkezett képének intenzitása, mely kép  $i$  beeső szög mellett lép fel.

**b) Az egyenesen átmenő fényben keletkezett kép intenzitása.**

Midőn ellenben a rács eltávolítása után az első kollimátorból jövő  $F$  keresztmetszetű nyaláb a kollimátorral szembe helyezett észlelő csőbe közvetlenül hatol és ott  $D_1$  képét alkotja, e kép intenzitás-együtthatója az imént (47. l.) követett úton azonnal található. Úgy tekintendő az észlelőcsőbe jutott fény, mint a mely egy  $b$  magasságú és  $Nd$  szélességű nyílásra (a nyaláb keresztmetszetére) merőlegesen beesvén, ez által elhajlást szenvedett, és melynél ama nyaláb intenzitását vizsgáljuk, melynek iránya a beesővel esik össze.

A 20. egyenletbe  $a = Nd$  és  $b = b$ , továbbá



$\mathfrak{N} = \mathfrak{N}_1 (da db)^{1/2}$  (46. lap) tétessék, az első szorzó négyzetre emeltessék s kerestessék az ily kifejezések összege:

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} db \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{\mathfrak{N}_1^2 k^2}{Q_0^2 Q_0^2} (\cos \varepsilon_0 - \cos \varepsilon_1)^2.$$

$$(b.Nd)^2 \frac{\sin^2 \frac{\pi Nd}{\lambda} (\sin i - \sin \vartheta)}{[\frac{\pi Nd}{\lambda} (\sin i - \sin \vartheta)]^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{\pi b}{\lambda} (\sin \eta_1 - \sin \eta_0)}{[\frac{\pi b}{\lambda} (\sin \eta_1 - \sin \eta_0)]^2} da$$

De itt  $\varepsilon_1 = \pi$  és  $\varepsilon_0 = 0$ , továbbá a különböző  $(da db)$  elemeknek megfelelő  $i$  és  $\eta_1$  szögek igen csekélyek, és mivel  $b$  és  $Nd$  körülbelül 20 mm., egyszersmind az elhajlás szögei,  $\vartheta$  és  $\eta_0$  is csak igen kicsinyek lehetnek, mert  $\vartheta$  és  $\eta_0$  növekedtével az integrál alatt álló kifejezés igen gyorsan végtelenbe fog. Lesz itt is:

$$Q_1 di = da; Q_1 d\eta_1 = db; \text{ téve } \frac{\pi Nd}{\lambda} (i - \vartheta) = \omega; \frac{\pi b}{\lambda} (\eta_1 - \eta_0) = \omega_1$$

a két integrál alakja:  $\int \frac{\sin^2 \omega}{\omega^2} d\omega$ . A határookra nézve megjegyzendő, hogy az előbbi, a 34. kifejezés képzésekor (48. l.) tett észrevételek itt is érvényesek, tehát, hogy az  $\frac{a}{2}$  és  $\frac{b}{2}$  határoknak igen nagy értékű  $\omega$  s  $\omega_1$  felel meg, melyeket észrevehető hiba nélkül  $+\infty$  és  $-\infty$ -nek vehetni. A tipikus integrál (48. lap) értéke akkor  $\pi$ , és így a keresett összeg:

$$\mathfrak{N}_1^2 \frac{F}{Q_0^2} (2^2 \pi)^2 2^2 \dots \dots \dots 38.$$

E mennyiséggel egyenesen arányos a  $D_1$  diafragma képének intenzitása az észlelő csőben, midőn az első kollimatorból jövő sugárnyaláb közvetlenül az avval szembe állított észlelő csőbe hatol.

## 7. A rács felületén történő fénymozgás felkeresése az észlelés adataiból.

A kísérleti részben közölt s a 3—6, 9—12 táblákban tartalmazott adatok kifejezik a főmaximum-képek intenzitását,

viszonyítva a beeső fényéhez; a 37. és 38. kifejezések értelmében (52. és 53. l.) tehát ezen *számbeli adatok a megfelelő*

$$0.891. \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{\cos \vartheta_r}{\cos i} \right)^2. E_r^2 \dots \dots \dots 39$$

*mennyiség számbeli értékei*; és miután (13. tábla) minden  $i$ -hez tartozó  $\vartheta_r$ -k ismervék, egyszermind  $E_r^2$  értéke ismeretes és a kísérleti adatok alapján adva tekintendő.

Tulajdonképi célunk azonban a főmaximumok és észlelt  $E_r$  intenzitás-együtthatója és a habár jelen vizsgálatban nem észlelt, de egyelőre ismeretesnek felvett  $\chi_r$  fázisnak értékéből a rács fölületén történő mozgásra visszakövetkeztetni. Főmaximumok esetére a 30. egyenletek:

$$\operatorname{tg} \chi_r = \frac{B_r + C_r}{A_r - D_r}; E_r^2 = (B_r + C_r)^2 + (A_r - D_r)^2. \dots 39a.$$

hol a négy  $A_r \dots D_r$  mennyiség a 29. egyenletek által (44. l.), adva van. E mennyiségek azonban főmaximumokra nézve igen egyszerű alakot öltenek. Ugyanis ilyenek számára áll (22. egyenlet):

$$\pi \frac{d}{\lambda} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_0) = \pi \frac{d}{\lambda} \alpha = \pm \nu \pi;$$

hol  $\nu$  egész *pozitív* szám; ekkor tehát:  $\sin(\pi \frac{d}{\lambda} \alpha) = 0$ , és így a 29. egyenletek csak egy-egy tagra redukálódnak, *ama* tagjára a soroknak, melynek sorszáma  $\nu$ , s melynek nevezője is zéró lesz, míg a többi tagok, melyek mindegyike véges nevezővel bír és szintén  $\sin(\pi \frac{d}{\lambda} \alpha)$ -val van szorozva, zéróvá lesz.

A fennmaradó tag a négy sorban

$$B_r d = \mp \frac{b_r}{\left(\frac{d}{\lambda} \alpha\right)^2 - \nu^2} \cdot \frac{d}{\pi} \left(\frac{d}{\lambda} \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \alpha\right);$$

$$C_r d = \mp \frac{\nu c_r}{\left(\frac{d}{\lambda} \alpha\right)^2 - \nu^2} \cdot \frac{d}{\pi} \sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \alpha\right);$$



$$A_\nu d = \mp \frac{\nu a_\nu}{\left(\frac{d}{\lambda}\alpha\right)^2 - \nu^2} \cdot \frac{d}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi d}{\lambda}\alpha\right);$$

$$D_\nu d = \mp \frac{d_\nu}{\left(\frac{d}{\lambda}\alpha\right)^2 - \nu^2} \cdot \frac{d}{\pi} \cdot \left(\frac{d}{\lambda}\alpha\right) \sin\left(\frac{\pi d}{\lambda}\alpha\right);$$

a felső jel a  $\nu$  páratlan, az alsó páros számú értékeire vonatkozik. Ezek értékei  $\%$  alakot vesznek fel, midőn a  $\nu$  főmaximumra vonatkoztatjuk őket. E bizonytalan érték kipuhatólására írjuk

$$\frac{d}{\lambda}\alpha = \pm \nu - \Delta\nu, \text{ hol } \Delta\nu \text{ egy igen kicsiny érték, mely a zéró felé}$$

konvergál. Lesz:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\sin \frac{\pi d}{\lambda}\alpha}{\left(\frac{d}{\lambda}\alpha\right)^2 - \nu^2} &= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\pm \sin \nu\pi \cos \pi\Delta\nu - \cos \nu\pi \sin \pi\Delta\nu}{\mp 2\nu\Delta\nu + \Delta\nu^2} = \\ &= \pm \frac{\cos(\nu\pi)}{2\nu} = \frac{1}{2} \frac{\cos(\nu\pi)}{\left(\frac{d}{\lambda}\alpha\right)}. \end{aligned}$$

Ezek helyettesítésével, pozitív  $\alpha$ -kra, mikor  $\alpha d = + \lambda \nu$

$$A_\nu = +\frac{a_\nu}{2}; B_\nu = +\frac{b_\nu}{2}; C_\nu = +\frac{c_\nu}{2}; D_\nu = +\frac{d_\nu}{2}.$$

Ellenben negatív  $\alpha$ -kre mikor  $\alpha d = - \lambda \nu$ ,

$$A_\nu = -\frac{a_\nu}{2}; B_\nu = +\frac{b_\nu}{2}; C_\nu = -\frac{c_\nu}{2}; D_\nu = +\frac{d_\nu}{2}.$$

Az együtthatók ezen értékei a  $\nu$  páros vagy páratlan értékeire egyaránt érvényesek.

Lesz a 39<sub>a</sub>. egyenlet negatív és pozitív  $\alpha$ -kra;

$$E_{\nu^2} = \frac{1}{4} \{ (b_\nu \mp c_\nu)^2 + (\mp a_\nu - d_\nu)^2 \}; \quad tg \chi_\nu = + \frac{b_\nu \mp c_\nu}{\mp a_\nu - d_\nu} \cdot 40.$$

E két egyenlet kifejezi, hogy az egyes  $\nu$ . főmaximumok intenzitása és fázisa csak ama négy-négy  $a, b, c, d$  állandótól függ, melyek  $\nu$ . indexe a főmaximum sorszámával egyenlő; a többi állandók ez értékekre nem folynak be. A középső főmaximumnál csak két állandó,  $\frac{1}{2}b_0$  és  $\frac{1}{2}d_0$  lép fel.

Tegyük, hogy a középső  $s$  a tőle jobbra és balra eső  $(1-\nu)$ -ik főmaximum intenzitását és fázisát észleltük volna; a kísérleti adatokból a 6. alatt adottak szerint (54. lap)  $E_\nu$  és  $\chi_\nu$  azonnal nyerhető. A jobbra és balra eső, *ugyanazon*  $\nu$ . sorszámú két főmaximum elsejére nézve  $\alpha$  *negatív*, másodikára  $\alpha$  *pozitív*; azok észlelése *négy* adatot ad, melyre a 40. egyenlet érvényes; lesz

$$\left. \begin{aligned} 4. \quad E_\nu^2 &= (b_\nu - c_\nu)^2 + (a_\nu + d_\nu)^2; \quad tg\chi_\nu = -\frac{b_\nu - c_\nu}{a_\nu + d_\nu}; \\ 4. \quad E_\nu^2 &= (b_\nu + c_\nu)^2 + (-a_\nu + d_\nu)^2; \quad tg\chi_\nu = +\frac{b_\nu + c_\nu}{a_\nu - d_\nu}. \end{aligned} \right\} \dots 41.$$

E négy egyenletből az  $a_\nu$ ,  $b_\nu$ ,  $c_\nu$ ,  $d_\nu$  ismeretlen együtthatót teljesen határozhatjuk meg; ekkép a nevezett  $o - \nu$  számú főmaximumok teljes megfigyeléséből a  $b_0$ ,  $a_1$ ,  $d_0$ ,  $c_1$  .....  $d_\nu$  állandókat kiszámíthatjuk.

Ha pedig pl. a  $(\nu + 1)$ -ik főmaximum csak az egyik oldalon lett volna észlelve, akkor az  $E_{\nu+1}$  és  $\chi_{\nu+1}$ -ből csak két egyenletet nyerünk a négy  $a_{\nu+1}$ ,  $b_{\nu+1}$ ,  $c_{\nu+1}$ ,  $d_{\nu+1}$  együtthatók meghatározására, mely két egyenlet tehát ez együtthatók végtelen számú értékrendszere által elégíthető ki.

Ellenben, mint már említettük, az észlelt főmaximumok sorszámainál más indexű  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  együtthatók az észlelt (megfigyelhető) jelenségre (t. i. a főmaximumokra) semmiféle befolyással nincsenek, és így ezekre nézve a főmaximumok észlelése semmi támpontot nem nyújt.

Az  $\frac{1}{2} b_0$ ,  $\frac{1}{2} d_0$ ,  $a_1$  .....  $d_\nu$  együtthatók az észlelés nyújtotta (41.) egyenletekből meghatározvák; ellenben a többi  $a_{\nu+1}$  .....  $d_\infty$  együtthatók teljesen tetszőlegesenek választhatók, a nélkül, hogy ezek föllépte az észlelt főmaximumok intenzitása és fázisára legcsekélyebb befolyással lenne.

## 8. Az elméleti eredmény összefoglalása.

Ezen elméleti megfontolások elején czélul tűztük ki magunknak, a hullámelmélet értelmében a rács  $F$  képzeleti felszínén lehetséges ama mozgások felkeresését, melyekből az észlelés adatai elméletileg következtethetők.



A megelőző 7. pontban (56. lap) bebizonyítottuk, hogy az

$$f(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x) \cos [g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)] = \\ \frac{1}{2} b_0 + b_1 \cos \frac{2\pi x}{d} + \dots + b_m \cos \frac{2\pi m x}{d} + \dots \\ + a_1 \sin \frac{2\pi x}{d} + \dots + a_m \sin \frac{2\pi m x}{d} + \dots$$

és az

$$f(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x) \sin [g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)] = \\ \frac{1}{2} d_0 + d_1 \cos \frac{2\pi x}{d} + \dots + d_m \cos \frac{2\pi m x}{d} + \dots \\ + a_1 \sin \frac{2\pi x}{d} + \dots + c_m \sin \frac{2\pi m x}{d} + \dots$$

egyenletek jobb részeiben fellépő állandók elsejei közül annyit határozhatunk meg, a hány a rendelkezésre álló észlelési adat, ellenben a többi állandó tetszőlegesen választható.

E két egyenlet négyzetelése és összegezéséből  $f(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)$ ; osztatukból  $tg[g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)]$  függvények erednek, melyek a 24<sub>a</sub>. és 23. egyenlet értelmében a rács felületére érvényes hullámfüggvényt tetszőlegesen meghatározzák.

Következik ugyanis a fennebbiekből, (56. lap) hogy *számtalan* ily  $f(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)$  és  $g(\alpha_1 \beta_1 \gamma_1, x)$  függvény választható, melyek mindegyike egyenlő pontossággal adja vissza az észlelés adatait.

De még azon esetben is, midőn  $f(\dots)$  és  $g(\dots)$  teljesen ismereteseek lennének, a 24<sub>a</sub> két egyenletben az  $f_1, g_1, \frac{\partial f_1}{\partial n}, \frac{\partial g_1}{\partial n}$  négy ismeretlen lévén, ezek számára mégis a végtelen értékek kettős rendszere elégíti ki az egyenleteket.

Igy tehát a főmaximumok intenzitása- és fázisának megfigyeléséből nyert adatokra támaszkodva, visszakövetkeztethetünk ugyan a rács fölületén lehetséges mozgások hullámfüggvényére, de nem dönthetjük el azt, melyik e számtalan és elméletileg egyenlően jogosult mozgások közül a valóságban fellépő, a nélkül, hogy az átmeneti rétegben (39. és 40. lap) érvényes, előttünk még teljesen ismeretlen és még legelső köz-

elítésben sem sejtett föltéteket ne vonnánk számításba. De éppen ezeket kikerülni volt szándékunk.

Ehhez járul ama körülmény, hogy minden sűrűn vonalozott rácsnál csak *véges*, rendszeren *kevés számú* főmaximum figyelhető meg, s az ezek között foglalt térben alig, sőt éppen nem észrevehető fényjelenségek léteznek, úgy, hogy mindenesetre csak kevés számú észlelési adatot nyerhetünk. Ezen út tehát soha nem vezethet célhoz.

De egy más, megbízható támpontunk volna, ha ismernők a rács közeinek keresztmetszetét (10. ábra, 38. l.), azaz a 12 szalag és a 234 barázda-alakját. Ámde ennek vizsgálata a jelenlegi nagyítók segélyével jóformán lehetetlen. Mert valóban, a kísérleti részben használt rácsok köze  $0.0014707$  mm. lévén, erős nagyítás és a rács felületének sajátzerű, igen előnyös megvilágítása szükséges arra nézve, hogy a vonalozás általában látható legyen; az egyes közők alakjának vizsgálatáról szó sem lehet. De még ha felvennők, hogy a barázda keresztmetszete egyenlő ama gyémánttű végének keresztmetszetével, melylyel a vonalozás történt, még akkor is lehetséges, a mint ezt az I. rész 1—2., 7—8. tábláiban (17. és 18. lap) foglalt adatok valószínűvé teszik, hogy a barázda szélein dudorodások keletkeztek, vagy hogy a rács anyagának részecsei a barázda fölületén és annak közvetlen szomszédságában a vonalozás által állandóan más, mint a normális, a közönséges egyensúlynak megfelelő, feszültségi állapotába hozattak.

Mindaddig tehát, míg a köz keresztmetszetét és a feszültségi viszonyokat nem ismerjük pontosan, ezen támpont sem használható. —

Láttuk, hogy az  $f(\dots)$  és  $g(\dots)$ , és  $f_1(\dots)$  s  $g_1(\dots)$  ismeretlen függvények felkeresésére a fennebbieken (5., 6. és 7. pontok) adott általános módszer a fölületi mozgás kérdését teljes szigorral és általánosan oly értelemben oldja meg, hogy a nevezett mozgás hullámfüggvényének az észlelésből folyó föltéteit explicite fejezi ki.

Az eldöntés, vajjon a tapasztalati adatokat előállító számtalan lehetséges mozgás közül melyik felel meg a valóságnak, tapasztalati tudásunk jelenlegi álláspontja mellett lehetetlen.



Ez oknál fogva felesleges az  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  együttthatók bármely számbeli értékeinek közlése.

Ha még ezentúl az elhajlott fényre nézve kísérleti vizsgálatok történnek, ezek elméleti interpretációja a fennebbi módszer alapján legnagyobb könnyűséggel eszközölhető, de eldöntést ezek sem hozhatnak.

Egyelőre tehát a rácsok által előidézett, a rács vonalozásához párhuzamos vagy arra merőleges síkban polározott fényben keletkezett fényjelenségek elméleti vizsgálata ezzel befejezettnek tekinthető.

---

# TARTALOM.

	<i>Lap.</i>
Bevezetés és áttekintés . . . . .	1

## I. KISÉRLETI RÉSZ.

1. Az észlelési módszer . . . . .	5
2. Az észlelési adatok redukciója . . . . .	9
a) az első sugárnyaláb gyengülése . . . . .	10
b) a második sugárnyaláb gyengülése . . . . .	11
c) az intenzitások összehasonlítása . . . . .	14
3. A végleges adatok összeállítása, 1—12. tábla . . . . .	16
4. Függelék a kísérleti részhez, 13. tábla . . . . .	19
5. A kísérleti eredmény összefoglalása . . . . .	22

## II. ELMÉLETI RÉSZ.

1. A fény mozgás-egyenletei homogén és izotrop rugalmas közegben.	
Hullámfüggvény . . . . .	24
2. Green tételének alkalmazása . . . . .	25
3. A diffrakció közönséges kifejezése . . . . .	26
a) az elhajlott mozgás hullámfüggvényének megállapítása . . . . .	26
b) a kitérés összetevőinek képzése a hullámfüggvényből . . . . .	32
4. Alkalmazás közönséges optikai rácsoakra . . . . .	35
5. Az optikai rácsoak általánosabb elmélete	
a) a hullámfüggvény és a kitérések általánosabb kifejezése . . . . .	38
b) a hullámfüggvény kiszámítása . . . . .	41
6. A fényforrás véges kiterjedésének befolyása az elhajlott fényre . . . . .	46
a) a főmaximum-képek intenzitása az elhajlott fényben . . . . .	47
b) az egyenesen átmenő fényben keletkezett kép intenzitása . . . . .	52
7. A rács felületén történő fénymozgás felkeresése az észlelés adataiból . . . . .	53
8. Az elméleti eredmény összefoglalása . . . . .	56



## Negyedik kötet.

- I. Schulhof Lipót. Az 1870. IV. sz. Űstökös definitiv pályaszámítása . . . . . 10 kr.
- II. Schulhof Lipót. Az 1871. II. sz. Űstökös definitiv pályaszámítása. 10 kr.
- III. Szily Kálmán. A hű elmélet második fővétele, levezetve az elsőb. . . . . 10 kr.
- IV. Konkoly Miklós. Csillagászati megfigyeléseim 1874 és 1875-ben. 50 kr.
- V. Konkoly Miklós. Napfoltok megfigyelése az ó-gyallai csillagdában . . . . . 40 kr.
- VI. Hunyadi Jenő. A kúpszeleten fekvő hat pont feltételi egyenletének különböző alakjairól . . . . . 20 kr.
- VII. Réthy Mór. A három méretű homogén tér (u. n. nem euklidikus) siktan trigonometriája. . . . . 20 kr.
- VIII. Réthy Mór. A propeller és peripeller felületek elméletéhez. . . . . 30 kr.
- IX. Fest Vilmos. Temesi Reitter Ferencz emléke . . . . . 10 kr.

## Ötödik kötet.

- I. Kondor Gusztáv. Emlékbeszéd Nagy Károly r. tag felett. . . . . 10 kr.
- II. Kenessey Albert. Adatok folyóink vizrajzi ismeretéhez . . . . . 20 kr.
- III. Dr. Hoitsy Pál. Csillag-észlelés a kelet-nyugot vonalban (egy szám-táblával) . . . . . 30 kr.
- IV. Hunyadi Jenő. A kúpszeleten fekvő hat pont feltételi egyenletének különböző alakjairól. (Folytatás a IV. kötetben ugyane cím alatt meg-jelent értekezésnek.) . . . . . 10 kr.
- V. Hunyadi Jenő. Apollonius feladata a gömbfelületen . . . . . 10 kr.
- VI. Dr. Gruber Lajos. 24 Cassiopeiae kettős csillag mozgásáról . . . . . 10 kr.
- VII. Martin Lajos. A változtatási hánylat alkalmazása a propeller-felület egyenletének lefejtésére. . . . . 20 kr.
- VIII. Konkoly Miklós. A teljes holdfogyatkozás 1877. február 27-én és az 1877. (Borelli) I. számú űstökös szinképének megfigyelése az ó-gyallai csillagdán. . . . . 10 kr.
- IX. Konkoly Miklós. A napfoltok a nap felületének kinézése 1876-ban (három képtáblával) . . . . . 40 kr.
- X. Konkoly Miklós. 160 álló csillag szinképe. Megfigyeltetett az ó-gyallai csillagdán 1876-ban . . . . . 20 kr.

## Hatodik kötet.

- I. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén. I. rész. 1871—1873. Ára . . . . . 20 kr.
- II. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona területén. II. rész. 1874—1876. Ára . . . . . 20 kr.
- III. Az 1874. V. (Borelli-féle) Űstökös definitiv pályaszámítása. Közlök dr. Gruber Lajos és Kurländer Ignác kir. observatorok. 10 kr.
- IV. Schenzl Guido. Lehajtás meghatározások Budapesten és Magyar-ország délkeleti részében. . . . . 20 kr.
- V. Gruber Lajos. A november-havi hullócsillagokról . . . . . 20 kr.
- VI. Konkoly Miklós. Hulló csillagok megfigyelése a magyar korona terü-letén 1877-ik évben. III. Rész. Ára . . . . . 20 kr.
- VII. Konkoly Miklós. A napfoltok és a napfelületének kinézése 1877-ben. Ára . . . . . 20 kr.
- VIII. Konkoly Miklós. Mercur átvonulása a nap előtt. Megfigyeltetett az ó-gyallai csillagdán 1878. május 6-án . . . . . 10 kr.



## Hetedik kötet.

- I. Konkoly Miklós. Mars felületének megfigyelése az ó-gyallai csillagdán az 1877-iki oppositio után. Egy táblával. . . . . 10 kr.
- II. Konkoly Miklós. Álló csillagok szinképének mappirozása. 10 kr.
- III. Konkoly Miklós. Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1878-ban. IV. rész. Ára . . . . . 10 kr.
- IV. Konkoly Miklós. A nap felületének megfigyelése 1878-ban az ó-gyallai csillagdán. . . . . 10 kr.
- VI. Hunyady Jenő. A Möbius-féle kritériumokról a kúpszeletek elméletében. . . . . 10 kr.
- VII. Konkoly Miklós. Spectroscopicus megfigyelések az ó-gyallai csillagvizsgálón . . . . . 10 kr.
- VIII. Dr. Weinek László. Az instrumentális fényhajlás szerepe egy Vénus-átvonulás photographiai felvételénél . . . . . 20 kr.
- IX. Suppan Vilmos. Kúp- és hengerfelületek önálló ferde vetítésben. (Két táblával.) . . . . . 10 kr.
- X. Dr. Konek Sándor. Emlékbeszéd Weninger Vincze l. t. fölött. 10 kr.
- XI. Konkoly Miklós. Hullócsillagok megfigyelése a magyar korona területén 1879-ben. . . . . 10 kr.
- XII. Konkoly Miklós. Hullócsillagok radiatio pontjai, levezetve a magyar korona területén tett megfigyelésekből 1871—1878 végéig. 20 kr.
- XIII. Konkoly Miklós. Napfoltok megfigyelése az ó-gyallai csillagvizsgálón 1879-ben. (Egy tábla rajzzal.) . . . . . 30 kr.
- XIV. Konkoly Miklós. Adatok Jupiter és Mars physikájához. 1879. (Három tábla rajzzal.) . . . . . 30 kr.
- XV. Réthy Mór. A fény törése és visszaverése homogén isotrop átlátszó testek határán. Neumann módszerének általánosításával és bővítésével. (Székf. ért.) . . . . . 10 kr.
- XVI. Réthy Mór. A sarkított fényrezgés elhajlító rács által való forgatásának magyarázata, különös tekintettel Fröhlich észleteire. . . . . 10 kr.
- XVII. Szily Kálmán. A telített gőz nyomásának törvényéről. . . . . 10 kr.
- XVIII. Hunyady Jenő. Másodfoku görbék és felületek meghatározásáról. . . . . 20 kr.
- XIX. Hunyady Jenő. Tételek azon determinánsokról, melyek elemei adjungált rendszerek elemeiből vannak componálva. . . . . 20 kr.
- XX. Dr. Fröhlich Izor. Az állandó elektromos áramlások elméletéhez. . . . . 10 kr.
- XXI. Hunyady Jenő. Tételek a componált determinánsoknak egy különös neméről. . . . . 10 kr.
- XXII. König Gyula. A raczionális függvények általános elméletéhez. 10 kr.
- XXIII. Silberstein Salamon. Vonalgeometriai tanulmányok . . . . . 20 kr.
- XXIV. Hunyady János. A Steiner-féle kritériumról a kúpszeletek elméletében. . . . . 10 kr.
- XXV. Hunyady Jenő. A pontokból vagy érintőkből és a conjugált háromszögből meghatározott kúpszelet nemének eldöntésére szolgáló kritériumok. 10 kr.